



TESIS - SS 142501

***SPATIAL EXTREME VALUE MODELING DENGAN  
MAX-STABLE PROCESSES MODEL SMITH DAN  
BROWN-RESNICK***

**(Studi Kasus : Pemodelan Curah Hujan Ekstrem di  
Kabupaten Lamongan)**

IKHA RIZKY RAMADANI  
NRP. 1313 2012 06

DOSEN PEMBIMBING  
Dr. Sutikno, S.Si, M.Si  
Dr. Suhartono, M.Sc

PROGRAM MAGISTER  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2015



TESIS - SS 142501

***SPATIAL EXTREME VALUE MODELING USING  
MAX-STABLE PROCESSES SMITH AND BROWN-  
RESNICK MODEL***

**(Case Study : Extreme Precipitation Modeling on Lamongan  
Regency)**

IKHA RIZKY RAMADANI  
NRP. 1313 2012 06

SUPERVISOR  
Dr. Sutikno, S.Si, M.Si  
Dr. Suhartono, M.Sc

MASTER DEGREE  
STATISTICS DEPARTMENT  
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES  
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
SURABAYA  
2015

**SPATIAL EXTREME VALUE MODELING DENGAN MAX STABLE  
PROCESSES MODEL SMITH DAN BROWN-RESNICK**  
(Studi Kasus: Pemodelan Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Lamongan )

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si.)  
di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

**IKHA RIZKY RAMADANI**  
**NRP : 1313 201 206**

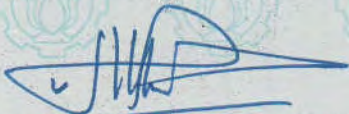
Tanggal Ujian : 27 Juli 2015  
Periode Wisuda : Maret 2016

Disetujui Oleh:



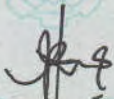
1. Dr. Sutikno, S.Si., M.Si.  
NIP. 19710313 199702 1 001

(Pembimbing I)



2. Dr. Suhartono, M.Sc.  
NIP. 19710929 199512 1 001

(Pembimbing II)



3. Dr. Dra. Kartika Fitriasari, M.Si.  
NIP. 19691212 199303 2 002

(Penguji)



4. Dr. Wahyu Wibowo, M.Si.  
NIP. 19740328 199802 1 001

(Penguji)



Direktur Program Pascasarjana,

  
**Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc., Ph.D**  
NIP. 19601202 198701 1 001



**SPATIAL EXTREME VALUE MODELING DENGAN MAX-STABLE  
PROCESSES MODEL SMITH DAN BROWN-RESNICK  
(Studi Kasus: Pemodelan Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Lamongan )**

Nama Mahasiswa : Ikha Rizky Ramadani  
NRP : 1313 201 206  
Pembimbing : Dr. Sutikno, S.Si, M.Si  
Co-Pembimbing : Dr. Suhartono, M.Sc

**ABSTRAK**

*Extreme Value Theory* (EVT) merupakan salah satu metode statistika untuk mengidentifikasi kejadian ekstrem. Metode ini biasanya digunakan untuk memodelkan kejadian yang bersifat ekstrem, seperti kejadian yang jarang terjadi tetapi memiliki dampak yang sangat besar. Terapan EVT pada bidang lingkungan adalah analisis kejadian cuaca ekstrem, seperti badai salju, gelombang panas, dan curah hujan ekstrem yang kerap menimbulkan dampak destruktif pada kehidupan manusia. Seringkali analisis kejadian ekstrem dilakukan secara univariat atau hanya pada satu lokasi. Pada kajian kuantitas unsur cuaca, seperti suhu dan curah hujan diukur menurut lokasi atau mengikuti kaidah data spasial. Oleh sebab itu, pemodelan spasial untuk analisis kejadian ekstrem perlu dilakukan. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah *Max Stable Processes* (MSP). Metode ini memodelkan dependensi ekstremal antar lokasi dengan mentransformasikan distribusi marjinal nilai ekstrem ke dalam distribusi Frechet. Penelitian ini mengkaji prosedur analisis kejadian ekstrem spasial dengan *Max Stable Processes* dengan aplikasi data curah hujan ekstrem di Kabupaten Lamongan. Data yang digunakan untuk membangun model dan estimasi parameter adalah data curah hujan tahun 1981-2007, sedangkan untuk validasi model menggunakan data tahun 2009-2012. Nilai *extremal coefficient* yang dihasilkan menunjukkan bahwa ukuran dependensi ekstremal berada pada kisaran 1,3 hingga 1,5 yang berarti terdapat dependensi spasial. Validasi model dilakukan dengan mengestimasi *return level* tahun 2009-2012 melalui pendekatan model *Smith* dan *Brown-Resnick*. Hasil validasi, diketahui bahwa model *Brown-Resnick* lebih baik daripada model *Smith* dalam menduga *return level* dengan RMSE model *Brown-Resnick* sebesar 17,16, sedangkan RMSE model *Smith* sebesar 17,37. Hasil perhitungan *return level* diketahui pula bahwa nilai curah hujan maksimum semakin meningkat dari tahun ke tahun.

**Kata kunci :** *Extreme value theory, max stable processes, Smith, Brown-Resnick, curah hujan ekstrem, dependensi ekstremal*



***SPATIAL EXTREME VALUE MODELING USING MAX-STABLE  
PROCESSES SMITH AND BROWN-RESNICK MODEL***  
**(Case Study : Extreme Precipitation Modeling in Lamongan Regency)**

Student Name : Ikha Rizky Ramadani  
Student Reg. Number : 1313 201 206  
Supervisor : Dr. Sutikno, S.Si, M.Si  
Co-Supervisor : Dr. Suhartono, M.Sc

**ABSTRACT**

Extreme Value Theory (EVT) is one of statistical method to analyze extreme events. It usually used to model extreme events, rare one but have huge impact. EVT applied in environment field is referred to extreme weather analysis, such as blizzards, heat waves and extreme rainfall that cause destructive impact on human life. Generally, the extreme event is analyzed by univariate method or only by one location involved. In the study of weather elements quantity such as temperature and precipitation, it measured based on location or correspond to the principle of spatial data. Therefore, spatial modeling for the analysis of extreme events is necessary. A method that can be used here is Max Stable Processes (MSP). This method models the extremal dependencies between locations by transforming the marginal distribution of extreme value into Frechet distribution. This study examines the extreme spatial analysis procedures of Max Stable Processes using extreme rainfall data in Lamongan. The data used to build the model and parameter estimation is the rainfall data of 1981-2007, while the validation is performed using data of 2009-2012. The resulting extremal coefficient indicates that the magnitude of extremal dependencies is in the range of 1,3 to 1,5 that means spatial dependencies exist. The model validated by estimating the return level of 2009-2012 ahead through Smith and Brown-Resnick model of MSP. The result shows that Brown-Resnick model is better than Smith in estimating return level with RMSE of Brown-Resnick 17,16, while the RMSE of Smith 17,37. Return level resulted indicates that maximum precipitation value is increasing from year to year.

**Keywords** : Extreme Value Theory, max stable processes, smith, brown-resnick, extreme precipitation, extremal dependencies



## KATA PENGANTAR

Puji syukur bagi Allah SWT atas rahmat, hidayah, serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan Tesis ini dengan judul “*Spatial Extreme Value Modeling Dengan Max-Stable Processes Model Smith dan Brown-Resnick* (Studi Kasus: Pemodelan Curah Hujan Ekstrem Di Kabupaten Lamongan)”. Penulisan Tesis ini merupakan pelaksanaan kewajiban akademis sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Magister Statistika pada Program Pasca Sarjana Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya. Dalam pembuatan tesis ini, penulis menyadari bahwa Tesis ini tidak akan terselesaikan tanpa bantuan dan arahan berbagai pihak. Untuk itu dalam kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Sutikno, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing I atas kesabaran, keluangan waktu, pikiran, nasihat, motivasi, serta arahan yang telah diberikan.
2. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku dosen pembimbing II atas waktu, pikiran, nasihat, motivasi, dan arahan yang telah diberikan di sela-sela kesibukan sebagai Ketua Program Studi Pascasarjana Jurusan FMIPA ITS.
3. Ibu Dr. Kartika Fitriyari, M.Si dan Bapak Dr. Wahyu Wibowo, M.Si selaku penguji atas saran dan kritik yang telah diberikan.
4. Seluruh Bapak/Ibu Dosen pengajar, staf administrasi, dan staf perpustakaan Jurusan Statistika ITS yang telah berkenan memberikan waktu dan bantuan.
5. Keluarga besarku, Papa, Mama, dan adik-adikku Dito dan Fira di Semarang, Eyang Firman, Om Ageng dan Tante Upi sekeluarga di Surabaya yang senantiasa memberikan kasih sayang, dukungan, nasihat, motivasi, dan doa kepada Penulis untuk selalu optimis dan berusaha menjadi yang terbaik.
6. Teman seperjuangan mahasiswa Magister Statistika ITS Angkatan 2013 dan 2014 terutama tim semester genap Elok, Dibyo, Riska, Safitri dan Ady atas dukungan, motivasi, dan kebersamaan selama menempuh pendidikan



bersama. Semoga kesuksesan selalu bersama kita dan kita dapat berjumpa kembali.

7. Rosna, Windy, Yulia, Reza, Ike, Rizky, dan Iin sebagai teman satu bimbingan atas dukungan, motivasi, dan kebersamaan. Selamat melanjutkan perjuangan di tempat yang kalian tuju.
8. Teman-teman Jurusan Statistika Universitas Diponegoro angkatan 2009 atas dukungannya walaupun kita telah berjauhan.
9. Segenap rekan-rekan kerja di Bidang Pengendalian Penduduk BKKBN Provinsi Jawa Timur atas perhatian dan dukungan yang diberikan sehingga Penulis dapat menyelesaikan penulisan Tesis.
10. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan Tesis ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari masih terdapat kekurangan pada Tesis ini. Oleh karena itu, saran dan kritik dari semua pihak yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan penulisan selanjutnya.

Surabaya, Desember 2015

Penulis



## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	i
<b>ABSTRAK</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	ix
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xv
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xvii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian .....	4
1.4 Manfaat Penelitian .....	5
1.5 Batasan Masalah .....	5
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 <i>Extreme Value Theory</i> .....	7
2.2 Identifikasi Nilai Ekstrem dengan <i>Block Maxima</i> .....	7
2.2.1 Estimasi Parameter GEV Univariat dengan <i>Maximum Likelihood Estimation</i> .....	10
2.2.2 Uji Kecocokan Distribusi .....	16
2.3 <i>Spatial Extreme Modeling</i> .....	17
2.3.1 <i>Max Stable Processes</i> .....	18
2.3.2 Model <i>Smith's Storm Profile</i> .....	19
2.3.3 Model <i>Brown-Resnick</i> .....	19
2.3.4 Koefisien Ekstremal .....	20
2.4 Estimasi Parameter dengan <i>Pairwise Likelihood Estimation</i> .....	21
2.5 Pemilihan Model Terbaik .....	22
2.6 <i>Return Level</i> .....	22



2.7	<i>Root Mean Square Error (RMSE)</i> .....	22
2.8	Curah Hujan .....	23
2.8.1	Curah Hujan Ekstrem .....	24
2.8.2	Zona Musim .....	24
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>		
3.1	Sumber Data dan Variabel Penelitian .....	25
3.2	Tahapan Penelitian .....	27
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>		
4.1	Estimasi Parameter Model <i>Smith</i> dan <i>Brown-Resnick</i> dengan <i>Pairwise Likelihood Estimation</i> .....	31
4.2	Aplikasi Model <i>Smith</i> dan <i>Brown-Resnick</i> pada Data Curah Hujan Ekstrem.....	35
4.2.1	Deskripsi Curah Hujan di Kabupaten Lamongan .....	35
4.2.2	Identifikasi Nilai Ekstrem dengan <i>Block Maxima</i> .....	37
4.2.3	Pemodelan Dependensi Ekstremal dengan <i>Max Stable Processes</i> .....	40
4.2.4	Perhitungan <i>Return Level</i> .....	43
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN</b>		
5.1	Kesimpulan .....	47
5.2	Saran .....	48
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....		49
<b>LAMPIRAN</b> .....		53



## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b> Ilustrasi Identifikasi Nilai Ekstrem dengan <i>Block Maxima</i> .....	8
<b>Gambar 2.2</b> Fungsi Densitas Peluang Distribusi GEV .....	9
<b>Gambar 2.3</b> Fungsi Koefisien Ekstremal Model <i>Brown-Resnick</i> dan <i>Smith</i> terhadap Nilai Koefisien Ekstremal Empiris .....	21
<b>Gambar 2.4</b> Pola Curah Hujan di Indonesia .....	24
<b>Gambar 3.1</b> Lokasi Pos Curah Hujan di Kabupaten Lamongan .....	25
<b>Gambar 3.2</b> Tahapan Penelitian .....	30
<b>Gambar 4.1</b> Rata-rata Curah Hujan Harian Menurut Bulan dan Lokasi .....	36
<b>Gambar 4.2</b> Histogram Curah Hujan Harian Menurut Lokasi .....	37
<b>Gambar 4.3</b> Plot Densitas Data Curah Hujan Ekstrem Menurut Lokasi .....	39
<b>Gambar 4.4</b> Koefisien Ekstremal Tujuh Pos Curah Hujan .....	40
<b>Gambar 4.5</b> <i>Return Level</i> Tujuh Pos Curah Hujan 2017-2057 .....	45



## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 3.1</b> Struktur Data Penelitian .....	26
<b>Tabel 3.2</b> Kombinasi Model <i>Trend Surface</i> .....	28
<b>Tabel 4.1</b> Rata-Rata, Standar Deviasi, Nilai Minimal dan Maksimal Curah Hujan Kabupaten Lamongan .....	36
<b>Tabel 4.2</b> Estimasi Parameter GEV Univariat Menurut Lokasi .....	38
<b>Tabel 4.3</b> Rangkuman Pengujian <i>Kolmogorov-Smirnov</i> untuk Distribusi GEV Menurut Lokasi .....	38
<b>Tabel 4.4</b> Rangkuman Pengujian <i>Likelihood Ratio Test</i> Menurut Lokasi .....	39
<b>Tabel 4.5</b> Pemilihan Model <i>Trend Surface</i> Terbaik .....	42
<b>Tabel 4.6</b> Estimasi Parameter GEV Spasial Model <i>Brown-Resnick</i> dan <i>Smith</i> Pada Tujuh Lokasi .....	43
<b>Tabel 4.7</b> <i>Return Level</i> Tujuh Pos Curah Hujan 2009-2012 Model <i>Brown-Resnick</i> dan <i>Smith</i> .....	44
<b>Tabel 4.8</b> Nilai Aktual Curah Hujan Maksimum Tujuh Pos 2009-2012.....	44
<b>Tabel 4.9</b> <i>Return Level</i> Periode 50 Tahun ke Depan Tujuh Pos Curah Hujan Model <i>Brown-Resnick</i> .....	45



## DAFTAR SIMBOL

$a_n, b_n$	= konstanta limit
$M_n$	= nilai maksimum
$x$	= variabel observasi/pengamatan
$z$	= variabel hasil transformasi ke dalam unit marjinal Frechet
$s$	= lokasi
$G(x)$	= fungsi distribusi <i>non-degenerate</i>
$\mu$	= parameter lokasi ( <i>location</i> )
$\sigma$	= parameter skala ( <i>scale</i> )
$\xi$	= parameter bentuk ( <i>shape</i> )
$\theta^{(k)}$	= nilai awal iterasi metode BFGS
$H(\theta^{(k)})^{-1}$	= invers matriks Hessian
$g(\theta^{(k)})$	= matriks turunan pertama fungsi $\ln$ <i>likelihood</i> terhadap masing-masing
	Parameter
$\alpha$	= taraf signifikansi
$\alpha^{(k)}$	= fungsi untuk meminimumkan <i>error</i> yang akan terjadi
$\alpha^*$	= parameter <i>smoothness</i> model <i>Brown-Resnick</i>
$m$	= jumlah lokasi
$n$	= jumlah observasi/pengamatan
$S(x)$	= probabilitas kumulatif pengamatan
$F_0(x)$	= probabilitas kumulatif distribusi teoritis
$D$	= deviasi maksimum uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i>
$\Lambda$	= statistik uji <i>Likelihood ratio</i>
$W_i(x)$	= karakterisasi model <i>Max Stable</i>
$\varphi(\cdot)$	= Fungsi densitas peluang normal
$F(z_i, z_j)$	= Fungsi distribusi kumulatif bivariat antara lokasi ke- $i$ dan $j$
$h$	= jarak <i>euclid</i> antara sepasang lokasi
$\Sigma$	= matriks kovarian
$a(h)$	= jarak <i>mahalanobis</i> antara sepasang lokasi

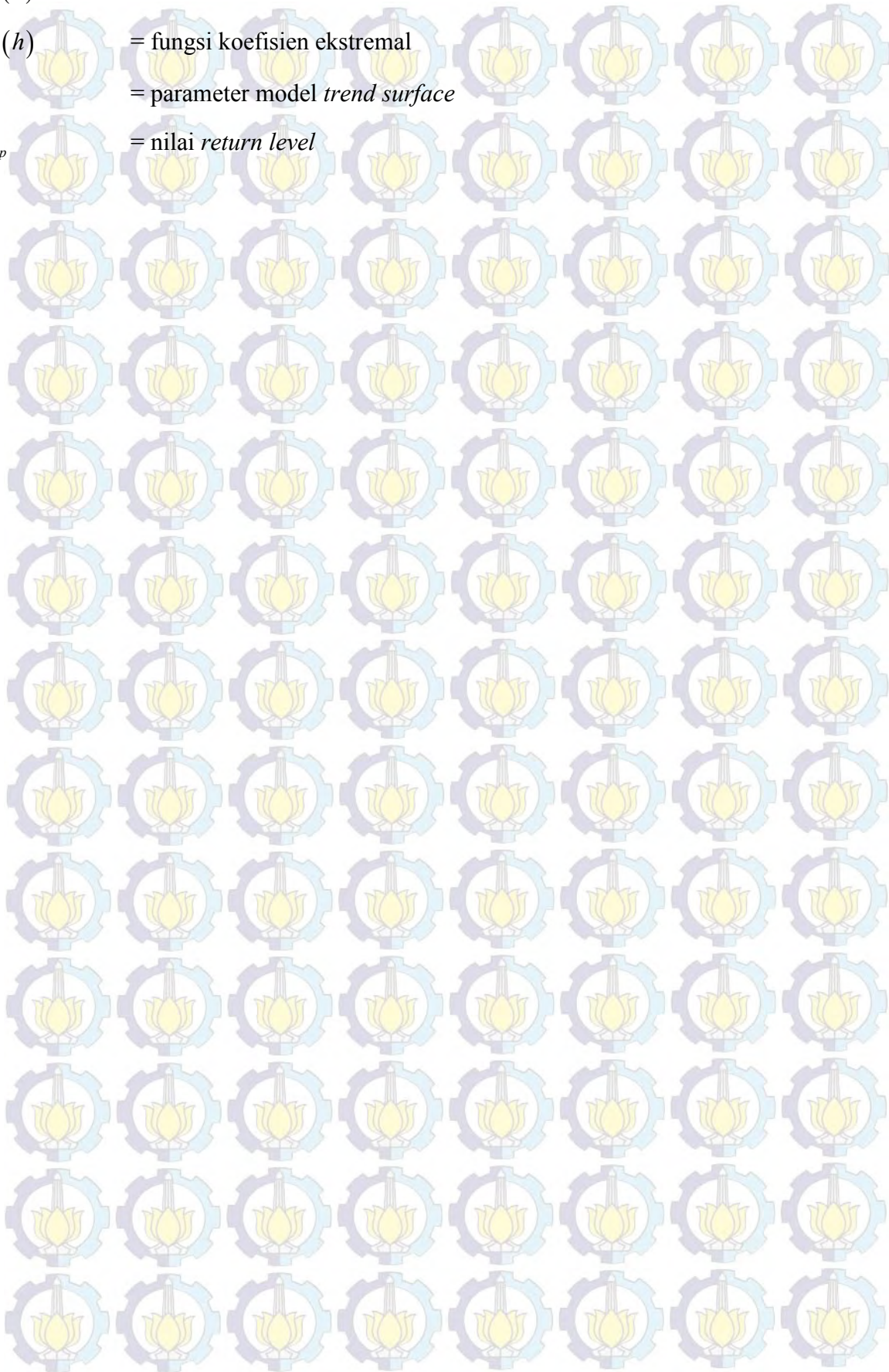


$\gamma(h)$  = fungsi semivariogram

$\theta(h)$  = fungsi koefisien ekstremal

$\beta$  = parameter model *trend surface*

$z_p$  = nilai *return level*



## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1</b> Data Curah Hujan Harian (mm) Kabupaten Lamongan Tahun 1981-2012 .....	53
<b>Lampiran 2</b> Data Curah Hujan Ekstrem (mm) Periode Tiga Bulan Kabupaten Lamongan Tahun 1981-2007 .....	60
<b>Lampiran 3</b> Estimasi Parameter GEV Univariat .....	67
<b>Lampiran 4</b> <i>Syntax</i> Program R Estimasi Parameter GEV Spasial .....	71
<b>Lampiran 5</b> Jarak <i>Euclid</i> dan Koefisien Ekstremal .....	76



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Cuaca ekstrem merupakan fenomena fisis atmosfer yang bersifat ekstrem dan berskala jangka pendek. Dampak yang ditimbulkannya terhadap berbagai aktivitas kehidupan menjadi suatu permasalahan yang sangat serius. Fenomena ini dapat terjadi di seluruh belahan dunia dan dapat memicu dampak buruk terhadap kehidupan masyarakat seperti gangguan kesehatan, lumpuhnya infrastruktur, dan kerugian finansial (Lynch, Nicholls, Alexander, dan Griggs, 2008). Gelombang panas, banjir, angin topan, salju ekstrem, curah hujan tinggi merupakan contoh dari cuaca ekstrem yang melanda beberapa negara. Indonesia merupakan salah satu negara yang rentan mengalami curah hujan yang tinggi (Hamada, *et.al.*, 2002).

Hujan merupakan unsur iklim yang memiliki keragaman dan fluktuasi yang tinggi dan menjadi ciri iklim di Indonesia. Letak wilayah yang berada di garis katulistiwa menyebabkan Indonesia memperoleh sinar matahari dan kandungan uap air yang sangat besar sehingga berdampak pada tingginya curah hujan yang mengakibatkan kejadian curah hujan ekstrem. Curah hujan ekstrem secara garis besar dapat dibedakan menjadi curah hujan ekstrem basah yang berdampak banjir dan curah hujan ekstrem kering yang berdampak kekeringan (Handayani, 2014). Bencana banjir dan tanah longsor yang terjadi di beberapa wilayah di Indonesia merupakan akibat dari curah hujan ekstrem. Menurut Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB), kedua jenis bencana tersebut termasuk dalam bencana hidrometeorologis yang merupakan bencana yang dominan di Indonesia (Wijaya, 2013).

Untuk meminimalisir dampak buruk dari kejadian curah hujan ekstrem, antisipasi awal dan peringatan dini sangat penting. Salah satu caranya adalah dengan mempelajari pola kejadian curah hujan ekstrem. Untuk mendukung kebutuhan tersebut, diperlukan metode statistika yang dapat menjelaskan kejadian curah hujan ekstrem. Salah satu metode statistika yang dikembangkan untuk



menganalisis kejadian ekstrem ialah *Extreme Value Theory* (EVT). Pada kasus univariat, pendekatan yang sering digunakan ialah *Block Maxima* dan *Peaks Over Threshold*. Di Indonesia, beberapa penelitian telah dilakukan untuk menganalisis kejadian curah hujan ekstrem. Irfan (2011) dan Wahyudi (2012) mengidentifikasi curah hujan ekstrem menggunakan pendekatan *Peaks Over Threshold-Generalized Pareto Distribution* dan *Block Maxima-Generalized Extreme Value*, serta melakukan prediksi *return value* untuk satu tahun mendatang. Sedangkan di negara lain, penelitian mengenai curah hujan ekstrem dikembangkan oleh Koutsoyiannis (2004) melalui pendekatan *Block Maxima-Generalized Extreme Value* dengan studi kasus di UK, USA, Perancis, Italia, dan Yunani.

Pada perkembangannya, seringkali identifikasi kejadian ekstrem secara univariat saja tidak cukup. Terdapat aspek lain yang perlu dipertimbangkan untuk mendapatkan estimasi yang lebih akurat, yaitu aspek lokasi dan waktu. Curah hujan biasanya diukur berdasarkan lokasi dan waktu. Curah hujan di suatu lokasi atau daerah tertentu pada zona yang sama diduga bersifat homogen. Artinya bahwa dalam satu zona, curah hujan di suatu lokasi pengukuran dengan curah hujan di lokasi lain memiliki karakteristik yang sama. Di samping itu, curah hujan yang tinggi sering terjadi pada sore hingga malam hari dan terjadi pada bulan-bulan tertentu. Dengan kata lain, terdapat dependensi lokasi yang dapat ikut diperhitungkan. Karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan kajian terhadap data curah hujan ekstrem dengan melibatkan unsur spasial.

Terdapat beberapa metode untuk menganalisis kejadian ekstrem dengan melibatkan unsur spasial, diantaranya adalah pendekatan *copula* yang dilakukan oleh Davison, Padoan, dan Ribatet (2012). Kemudian Cooley, Nychka, dan Naveau (2007) meneliti tentang presipitasi ekstrem spasial di Colorado dengan pendekatan *hierarchical Bayesian*. Selain itu, terdapat metode *Max Stable Processes* (MSP) yang dikembangkan oleh de Haan (1984). *Max Stable Processes* (MSP) merupakan perluasan dari distribusi ekstrem multivariat ke dimensi tak hingga (*infinite dimensional*). Metode ini berfungsi untuk memodelkan dependensi spasial dengan mentransformasikan distribusi marjinal nilai ekstrem ke dalam distribusi *Frechet* yang merupakan tipe distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Pada awalnya, *Multivariate Extreme Value Theory* dikembangkan



untuk menganalisis kejadian ekstrem di beberapa lokasi, dengan lokasi dianggap sebagai variabel multivariat. Smith (1990) kemudian mengembangkan ide tersebut menjadi *Spatial Extremes*, dengan mempelajari distribusi gabungan dari nilai ekstrem pada lokasi yang berbeda-beda melalui pendekatan MSP. Menurut Smith (1990), terdapat dua kelebihan metode MSP jika dibandingkan dengan *Multivariate Extreme Value Theory*. Pertama, distribusi nilai ekstrem multivariat yang dihasilkan oleh MSP lebih mudah diperoleh meskipun lokasi yang ingin diteliti berjumlah sangat besar. Hal ini dikarenakan penerapan distribusi nilai ekstrem multivariat biasa sulit dilakukan ketika  $M$  atau variabel, dalam hal ini lokasi, berjumlah besar. Yang kedua MSP dapat melakukan interpolasi spasial atau agregasi yang tidak dapat dilakukan oleh metode multivariat biasa. Selain itu, metode MSP analog dengan distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV), yaitu melalui pendekatan *Block Maxima* (Padoan, Ribatet, dan Sisson, 2010)

Beberapa model MSP telah dikemukakan oleh peneliti. Diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Smith (1990) pada data curah hujan di Inggris. Model yang dikemukakan dalam penelitian tersebut dikenal dengan model *Smith's storm profile* atau model *Smith*. Model lain dikemukakan oleh Schlather (2002) yang mengembangkan pemodelan *spatial extreme value* melalui *Max Stable Processes* berdasarkan *Gaussian random field* yang kemudian disebut dengan model *Schlather*. Kabluchko (2009) menerapkan *Brown-Resnick Processes* (Brown dan Resnick, 1977) pada MSP yang disebut dengan model *Brown-Resnick* dimana fungsi dependensinya menggunakan fungsi semivariogram. Perbedaan dari model-model tersebut ada pada jangkauan nilai *extremal coefficient* atau kemampuan menangkap dependensi spasial.

Model *Schlather* dinilai kurang fleksibel karena tidak dapat melibatkan nilai ekstrem yang independen atau memiliki cakupan dependensi spasial yang lemah (Davison dan Gholamrezaee, 2011). Sedangkan model *Smith* dan *Brown-Resnick* lebih fleksibel karena jangkauan atau *range* nilai *extremal coefficient* lebih luas daripada model *Schlather*. Dalam hal ini, model *Smith* dan *Brown-Resnick* memiliki kesamaan yaitu *range* nilai *extremal coefficient* adalah antara 1 hingga 2, dimana model *Schlather* hanya mencapai 1,838. Selain itu, fungsi distribusi bivariat kedua model juga sama, dengan fungsi dependensi yang



berbeda. Penelitian lain mengenai MSP juga telah dilakukan oleh Blanchet dan Davison (2011), Davison, Padoan, dan Ribatet (2012), serta Wadsworth dan Tawn (2012). Metode estimasi parameter yang digunakan pada MSP adalah *Composite Likelihood Estimation* dengan fungsi *pairwise likelihood* (Padoan, Ribatet, dan Sisson, 2010).

Aspek spasial pada *extreme value theory* penting untuk dipelajari supaya dapat mengidentifikasi dan melakukan prediksi kejadian ekstrem secara lebih akurat. Karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan kajian mengenai prosedur pemodelan *spatial extreme value* dengan pendekatan *Max Stable Processes*. Model yang akan digunakan adalah *Brown-Resnick* dan *Smith* sebagai model MSP yang memiliki jangkauan dependensi spasial lebih luas dengan aplikasi menggunakan data curah hujan harian di Kabupaten Lamongan.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut.

1. Bagaimana prosedur pemodelan *spatial extreme value* dengan metode *Max Stable Processes*?
2. Bagaimana estimasi parameter model *spatial extreme value* dengan metode *Max Stable Processes*?
3. Bagaimana *return level* dengan metode *spatial extreme value-Max Stable Processes* untuk kejadian curah hujan ekstrem di Kabupaten Lamongan?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengkaji prosedur pemodelan *spatial extreme value* dengan *Max Stable Processes*.
2. Mendapatkan estimasi parameter model *spatial extreme value* dengan *Max Stable Processes*.
3. Mendapatkan *return level* dengan metode *spatial extreme value-Max Stable Processes* untuk kejadian curah hujan ekstrem di Kabupaten Lamongan.



#### 1.4 Manfaat Penelitian

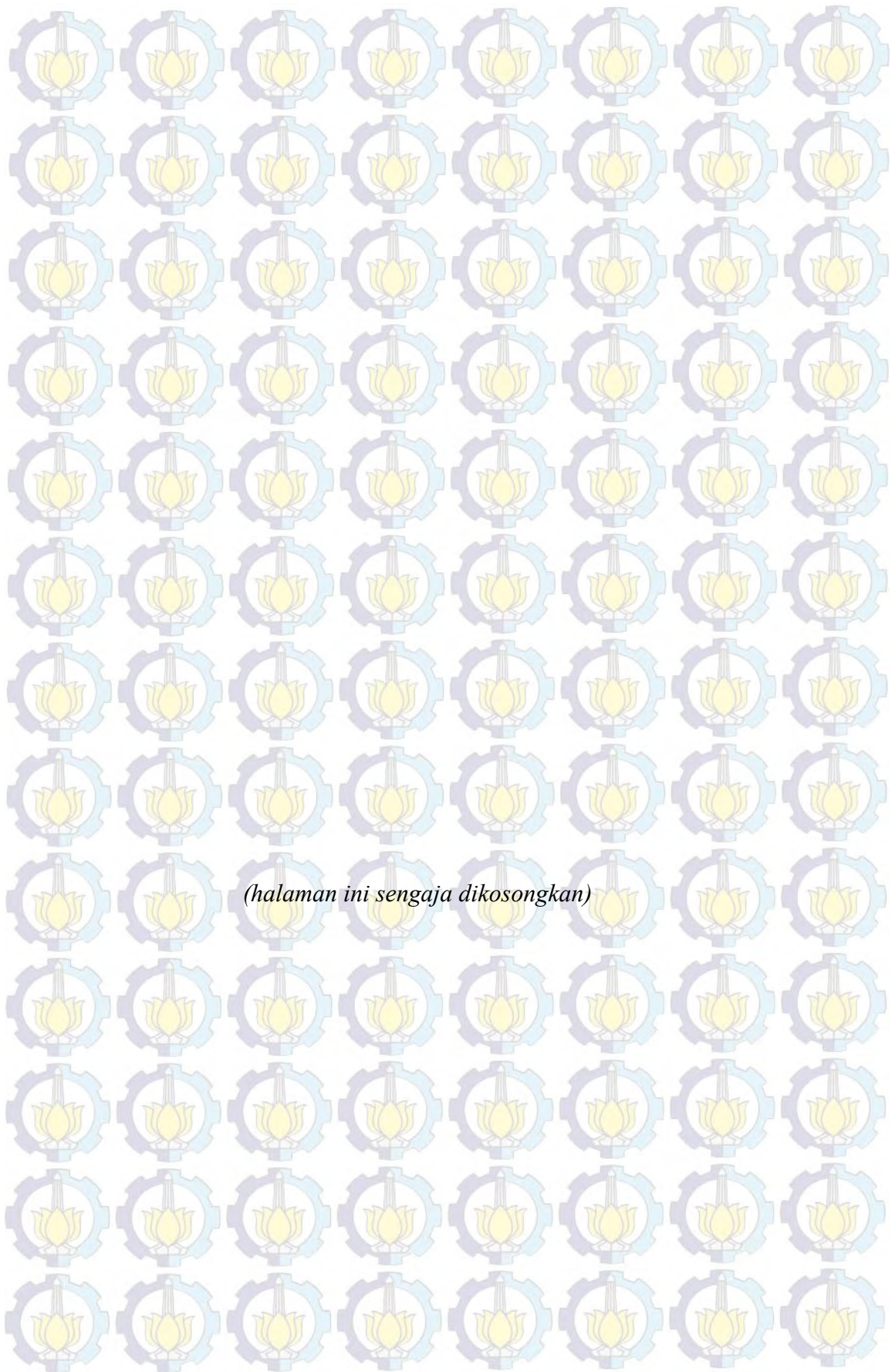
Manfaat yang ingin diperoleh dari penelitian ini adalah pengembangan metode statistika untuk menjelaskan kejadian ekstrem, sehingga dapat dijadikan pengetahuan dalam mengidentifikasi kejadian ekstrem di bidang klimatologi. Di samping itu diharapkan hasil penelitian dapat dimanfaatkan oleh Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG) dalam pengembangan prediksi iklim sehingga dapat dimanfaatkan sebagai antisipasi dini terjadinya bencana alam akibat curah hujan ekstrem.

#### 1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka penelitian ini dibatasi pada beberapa hal, yaitu :

1. Model *Max Stable Processes* yang digunakan dalam penelitian ini adalah model *Brown-Resnick* dan *Smith's Storm Profile*.
2. Metode pengambilan nilai ekstrem yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Block Maxima* karena terdapat unsur *seasonal* dalam data curah hujan di Kabupaten Lamongan.
3. Metode estimasi parameter yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Pairwise Likelihood*.
4. Data pada penelitian ini diasumsikan stasioner secara spasial dan isotropik.
5. Data yang digunakan adalah data curah hujan pada tujuh pos curah hujan di Kabupaten Lamongan tahun 1981-2012.







## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 *Extreme Value Theory*

*Extreme Value Theory* (EVT) merupakan salah satu disiplin ilmu statistika yang telah diaplikasikan selama lebih dari 50 tahun. Metode ini biasanya digunakan untuk memodelkan kejadian-kejadian yang bersifat ekstrem, seperti kerugian yang jarang terjadi tetapi memiliki dampak yang sangat besar. EVT telah banyak diaplikasikan pada berbagai bidang, contohnya penyesuaian portofolio, penilaian resiko keuangan, pemodelan tinggi gelombang laut, termodinamika gempa bumi, manajemen strategi, pemrosesan data biomedis, dan sebagainya (Coles, 2001).

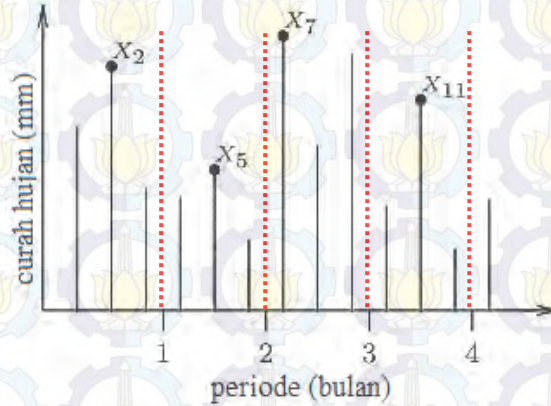
Konsep dasar dari EVT adalah mengkaji perilaku stokastik dari variabel random baik maksimum maupun minimum (Kotz dan Nadarajah, 2000). Tujuan dari metode ini adalah untuk menentukan estimasi peluang kejadian ekstrem dengan memperhatikan ekor (*tail*) dari fungsi distribusi berdasarkan nilai-nilai ekstrem yang diperoleh. Pada umumnya, data iklim memiliki perilaku stokastik dengan ekor distribusi yang gemuk (*heavy tail*). Hal ini menunjukkan bahwa peluang terjadinya nilai ekstrem akan lebih besar dibandingkan dengan data berdistribusi normal. Karena itu, pendekatan dengan metode yang berbasis distribusi normal tidak lagi relevan. Langkah pertama dalam pemodelan EVT adalah menentukan nilai ekstrem. Pendekatan yang digunakan yaitu *Block Maxima*.

#### 2.2 Identifikasi Nilai Ekstrem dengan *Block Maxima*

*Block Maxima* (BM) merupakan salah satu cara untuk mengidentifikasi nilai ekstrem dengan cara membagi data pengamatan secara merata berdasarkan periode tertentu sehingga akan terbentuk beberapa blok periode. Dari masing-masing blok tersebut, diambil nilai yang paling tinggi (maksimum) yang disebut dengan nilai ekstrem.



Sebagai ilustrasi, pada Gambar 2.1 terlihat empat blok periode dengan masing-masing periode terdapat tiga observasi. Titik  $X_2, X_5, X_7, X_{11}$  pada masing-masing blok menandakan bahwa titik tersebut merupakan observasi dengan nilai tertinggi di antara observasi lain. Nilai-nilai itulah yang menjadi nilai ekstrem yang dimasukkan ke dalam sampel penelitian.



**Gambar 2.1** Ilustrasi Identifikasi Nilai Ekstrem dengan *Block Maxima* (Gilli & Kellezi, 2006)

Metode *block maxima* mengaplikasikan teorema yang dikembangkan oleh Fisher dan Tippet (1928). Jika terdapat konstanta  $\{a_n > 0\}$  dan  $\{b_n\}$  sehingga :

$$P\left\{\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right\} \rightarrow G(x) \text{ ketika } n \rightarrow \infty$$

dengan  $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  dan  $G$  merupakan fungsi distribusi *non-degenerate*, maka terdapat tiga macam distribusi yang mungkin untuk  $G$ , yaitu Gumbel, Frechet, atau Weibull. Gnedenko (1943) dalam Gilli & Kellezi (2006) menggeneralisasi ketiga distribusi tersebut menjadi GEV (*Generalized Extreme Value*) :

$$G(x) = \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}\right\} \quad (2.1)$$

dengan  $\left(1 + \xi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right) > 0$ ,  $-\infty < \mu < \infty$ ,  $\sigma > 0$ ,  $-\infty < \xi < \infty$



$\mu$  = parameter lokasi (*location*)

$\sigma$  = parameter skala (*scale*)

$\xi$  = parameter bentuk (*shape*)

Berdasarkan besaran nilai parameter bentuk ( $\xi$ ), maka GEV dibedakan menjadi tiga tipe distribusi, yaitu :

1. Tipe I – distribusi Gumbel jika  $\xi = 0$

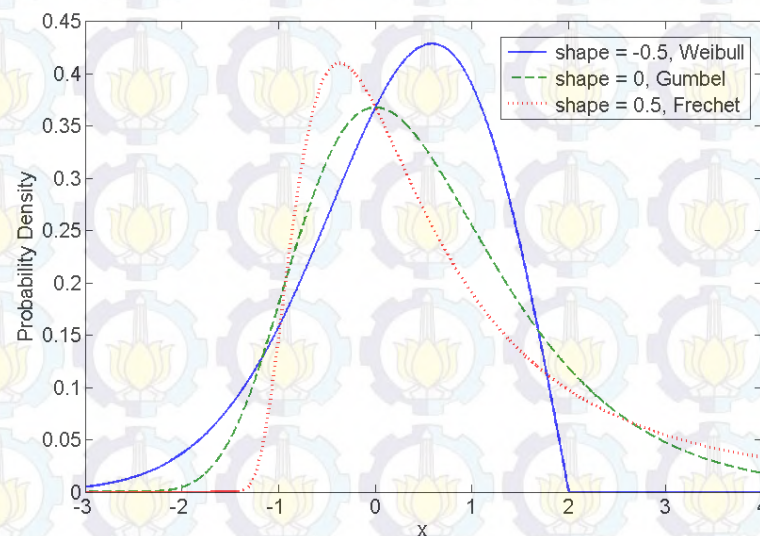
$$G(x) = \exp \left\{ -\exp \left[ -\left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right] \right\}, -\infty < x < \infty$$

2. Tipe II – distribusi Frechet jika  $\xi > 0$

$$G(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \mu \\ \exp \left[ -\left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \right], & x > \mu \end{cases} \quad (2.2)$$

3. Tipe III-distribusi Weibull jika  $\xi < 0$

$$G(x) = \begin{cases} \exp \left[ -\left\{ -\left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right\}^{\frac{1}{\xi}} \right], & x < \mu \\ 1, & x \geq \mu \end{cases}$$



**Gambar 2.2** Fungsi Densitas Peluang Distribusi GEV



Parameter  $\xi$  menunjukkan bentuk dari ekor (*tail*) dari distribusi. Semakin besar nilai dari  $\xi$ , semakin gemuk pula bentuk dari ekor kanan dari distribusinya. Tipe distribusi di atas menunjukkan bahwa distribusi yang memiliki ekor paling gemuk ialah distribusi Frechet ( $\xi > 0$ ).

### 2.2.1 Estimasi Parameter GEV Univariat dengan *Maximum Likelihood Estimation*

Untuk menentukan estimasi parameter  $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ , dan  $\hat{\xi}$  secara univariat, digunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*. Fungsi densitas peluang GEV adalah sebagai berikut :

$$f(x, \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi} - 1} \exp \left( - \left[ 1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right), & \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp \left[ - \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \exp \left( - \exp \left[ - \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \right), & \xi = 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

Maka fungsi *likelihood* GEV untuk  $\xi \neq 0$  adalah :

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma, \xi) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi} - 1} \exp \left( - \left[ 1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right) \\ &= \left( \frac{1}{\sigma} \right)^n \prod_{i=1}^n \left\{ \left[ 1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi} - 1} \right\} \exp \left( - \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right). \end{aligned}$$

Sedangkan fungsi  $\ln$  *likelihood* ditunjukkan pada persamaan (2.4) :

$$\ell(\mu, \sigma, \xi) = -n \ln \sigma - \left( 1 + \frac{1}{\xi} \right) \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] - \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2.4)$$

Selanjutnya fungsi  $\ln$  *likelihood* diturunkan terhadap parameter  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$  dan  $\hat{\xi}$ .



$$\frac{\partial \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu} = \left( \frac{1+\xi}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}-1} = 0 \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma} = & -\frac{n}{\sigma} + (1+\xi) \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-1} \\ & - \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}-1} = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \xi} = & \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1} \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \\ & - \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}-1} \left[ \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \frac{1}{\xi} \sum_{i=1}^n \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Berdasarkan persamaan (2.5), (2.6), dan (2.7) diketahui bahwa turunan pertama fungsi *ln likelihood* terhadap masing-masing parameter adalah tidak *closed form*, sehingga diperlukan pendekatan numerik untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Pada penelitian ini metode numerik yang digunakan adalah Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS), yaitu metode Quasi-Newton yang merupakan perbaikan dari metode Newton. Metode Newton bergerak berdasarkan informasi derivatif dan berasal dari analisis deret Taylor. Rumus umum metode Newton adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\theta}^{(k+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(k)} - H(\boldsymbol{\theta}^{(k)})^{-1} g(\boldsymbol{\theta}^{(k)}) \quad (2.8)$$

Dengan :

$\boldsymbol{\theta}^{(k)}$  = nilai awal

$H(\boldsymbol{\theta}^{(k)})^{-1}$  = invers matriks Hessian

$g(\boldsymbol{\theta}^{(k)})$  = matriks yang elemen-elemennya berisi turunan pertama fungsi *ln likelihood* terhadap masing-masing parameter.



Dari persamaan (2.8) dapat dibentuk modifikasi metode Newton seperti pada persamaan (2.9)

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k+1)} = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)} - \alpha^{(k)} H(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})^{-1} g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}). \quad (2.9)$$

Pada metode BFGS Quasi Newton, Matriks Hessian  $H(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})$  diganti dengan aproksimasi atau perkiraan yang merupakan matriks definit positif dan memiliki sifat seperti matriks Hessian  $H(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})$ . Rumus iterasi metode BFGS adalah sebagai berikut :

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k+1)} = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)} + \alpha^{(k)} S^{(k)}, \quad (2.10)$$

dimana  $\alpha^{(k)}$  merupakan *step length* atau fungsi untuk meminimumkan *error* yang akan terjadi dimana  $\alpha^{(k)} = \arg \min [f(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)} + \alpha^{(k)} S^{(k)})]$  dan  $S^{(k)} = -(H^{(k)})g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})$ .

Kemudian menghitung perubahan  $\Delta(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}) = \alpha^{(k)} S^{(k)}$  dan  $\Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}) = g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k+1)}) - g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})$  sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$H^{(k+1)} = H^{(k)} + \left( 1 + \frac{\Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})^T H^{(k)} \Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})}{\Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})^T \Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}} \right) \frac{\Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)} \Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)T}}{\Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)T} \Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})} - \frac{H^{(k)} \Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}) \Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)T} + (H^{(k)} \Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}) \Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)T})^T}{\Delta g(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)})^T \Delta \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}} \quad (2.10)$$

Iterasi dilakukan hingga memenuhi kondisi  $\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k+1)} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{(k)}\| \leq e$  dengan  $e$  adalah bilangan yang sangat kecil. Langkah pertama metode BFGS adalah membuat turunan kedua fungsi *ln likelihood* terhadap masing-masing parameter, seperti pada persamaan berikut.

$$\frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu^2} = \left( \frac{\xi + \xi^2}{\sigma^2} \right) \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-2} - \left( \frac{1 + \xi}{\sigma^2} \right) \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi} - 2} \quad (2.11)$$



$$\frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma^2} = \frac{n}{\sigma^2} + (1 + \xi) \sum_{i=1}^n \left[ -2 \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^3} \right) \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-1} + \sum_{i=1}^n \left( \xi \frac{(x_i - \mu)^2}{\sigma^4} \right) \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-2} \right] - \sum_{i=1}^n \left[ -2 \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^3} \right) \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{\frac{1}{\xi} - 1} + \left( \xi \frac{(x_i - \mu)^2}{\sigma^4} \right) \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi} - 2} \right] \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \xi^2} = & -\frac{2}{\xi^3} \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] + \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right) \\ & - \left[ \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right) - \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-2} \right] - \left[ \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \right. \\ & \left. \left[ \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \frac{1}{\xi} \sum_{i=1}^n \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right] \frac{1}{\xi^2} - \frac{2}{\xi^3} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right. \\ & \left. + \left[ \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \left[ \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \frac{1}{\xi} \sum_{i=1}^n \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right] - \frac{1}{\xi} \right] \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \left( \frac{\frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] + \frac{1}{\xi} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{\sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right) \right] \quad (2.13) \end{aligned}$$

Kemudian menurunkan fungsi *ln likelihood* terhadap kombinasi masing-masing parameter.



$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu \partial \sigma} = & -\frac{1+\xi}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1} - \left( \frac{\xi + \xi^2}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-2} \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \\ & + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}-1} - \frac{(1+\xi)}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}-2} \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu \partial \xi} = & \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1} - \left( \frac{1+\xi}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-2} \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \\ & - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}-1} \left[ \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left( \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma \partial \xi} = & \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1} \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) - (1+\xi) \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{(x_i - \mu)^2}{\sigma^3} \right) \right] \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-2} \\ & - \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \left[ \sum_{i=1}^n \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}-1} \left( \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left( \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)} \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

Selanjutnya membuat matriks  $g(\boldsymbol{\theta}^{(k)})$  yang berisi turunan pertama fungsi  $\ln$  *likelihood* terhadap masing-masing parameter, serta matriks Hessian  $H^{(k)}$  yang berisi turunan kedua fungsi  $\ln$  *likelihood* terhadap masing-masing parameter sebagai diagonal utamanya. Elemen-elemen lainnya berisi turunan kedua fungsi  $\ln$  *likelihood* terhadap kombinasi parameter.

$$g(\boldsymbol{\theta}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu} \\ \frac{\partial \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \xi} \end{bmatrix}$$



$$H^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu^2} & \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu \partial \sigma} & \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu \partial \xi} \\ \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu \partial \sigma} & \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma^2} & \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma \partial \xi} \\ \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu \partial \xi} & \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma \partial \xi} & \frac{\partial^2 \ell(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \xi^2} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya melakukan iterasi dengan persamaan (2.10) hingga diperoleh nilai estimasi untuk masing-masing parameter distribusi GEV  $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$  untuk  $\xi \neq 0$ .

Sedangkan untuk  $\xi = 0$ , fungsi *likelihood* GEV adalah :

$$\begin{aligned} L(\mu, \sigma) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \exp \left[ -\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] \exp \left( -\exp \left[ -\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] \right) \\ &= \left( \frac{1}{\sigma} \right)^n \left[ \exp \left( -\sum_{i=1}^n \left[ \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] \right) \right] \exp \left( -\sum_{i=1}^n \exp \left[ -\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] \right) \\ &= (\sigma)^{-n} \left[ \exp \left( -\sum_{i=1}^n \left[ \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] \right) \right] \exp \left( -\sum_{i=1}^n \exp \left[ -\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] \right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Sedangkan fungsi *ln likelihood* adalah :

$$\begin{aligned} \ell(\mu, \sigma) &= \ln(\sigma)^{-n} - \sum_{i=1}^n \left[ \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] - \sum_{i=1}^n \exp \left[ -\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] \\ &= -n \ln(\sigma) - \sum_{i=1}^n \left[ \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] - \sum_{i=1}^n \exp \left[ -\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right]. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Turunan pertama fungsi *ln likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi disajikan pada persamaan (2.19) dan (2.20), yaitu :

$$\frac{\partial \ell(\mu, \sigma)}{\partial \mu} = \frac{n}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \exp \left[ -\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] = 0, \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \ell(\mu, \sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right] + \sum_{i=1}^n \left[ -\frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right] \exp \left[ -\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right] = 0. \quad (2.20)$$



Karena turunan pertama fungsi  $\ln \text{likelihood}$  menghasilkan persamaan yang tidak *closed form*, maka digunakan metode numerik BFGS untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Sama seperti estimasi parameter untuk  $\xi \neq 0$ , langkah pertama adalah membuat turunan kedua fungsi  $\ln \text{likelihood}$  terhadap parameter dan kombinasi masing-masing parameter. Kemudian membuat matriks Hessian  $H^{(k)}$  dan  $g(\theta^{(k)})$  dan melakukan proses iterasi hingga diperoleh estimasi parameter GEV  $(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ .

### 2.2.2 Uji Kecocokan Distribusi

Uji formal yang digunakan untuk menguji kecocokan distribusi pada suatu data adalah dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Uji Kolmogorov-Smirnov memusatkan perhatian pada simpangan terbesar  $D$  (deviasi maksimum), yaitu selisih maksimum dari frekuensi kumulatif distribusi teoritik dan frekuensi kumulatif observasi.

Hipotesis yang diuji:

$H_0 : S(x) = F_0(x)$  (Data mengikuti distribusi teoritis  $F_0(x)$ )

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$  (Data tidak mengikuti distribusi teoritis  $F_0(x)$ )

Statistik uji:

$$D = \sup |S(x) - F_0(x)|$$

dengan :

$S(x)$  = probabilitas kumulatif dari data pengamatan

$F_0(x)$  = probabilitas kumulatif distribusi teoritis.

Dengan tingkat signifikansi sebesar  $\alpha$ , maka diambil keputusan dengan menerima  $H_0$  atau dengan kata lain data mengikuti distribusi teoritis jika  $D > D_{(1-\alpha)}$  dimana  $D_{(1-\alpha)}$  merupakan nilai kritis yang diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov.

Untuk mengetahui tipe distribusi dari GEV, dilakukan pengujian hipotesis dengan *Likelihood Ratio test* (Nadarajah & Choi, 2007).



Hipotesis yang diuji:

$$H_0 : \xi = 0 \text{ (Tipe distribusi Gumbel)}$$

$$H_1 : \xi \neq 0$$

Statistik uji:

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})}{L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})}$$

dengan :

$$L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \text{fungsi likelihood dengan parameter } \hat{\mu}, \hat{\sigma}$$

$$L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}) = \text{fungsi likelihood dengan parameter } \hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}$$

Jika nilai  $-2 \ln \Lambda > \chi^2_{1;\alpha}$  maka  $H_0$  ditolak.

### 2.3 Spatial Extreme Modeling

Pada *Extreme Value Theory*, seringkali pemodelan univariat atau pada satu lokasi saja tidak cukup. Khususnya pada data *environment*, dimana kejadian ekstrem seperti hujan lebat, badai, salju, gempa bumi terjadi di beberapa lokasi berbeda yang berdekatan. Karena itu, EVT dikembangkan dengan memasukkan unsur lokasi (*space*) atau yang dinamakan dengan *spatial extreme value*. Pada data spasial, hal utama yang diperhatikan adalah adanya dependensi antar lokasi, dimana kejadian pada suatu lokasi yang berdekatan cenderung memiliki kemiripan daripada kejadian pada lokasi yang lebih jauh.

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk pemodelan *spatial extreme value* adalah melalui *multivariate extreme value*. Pada kasus ini, data ekstrem dari beberapa lokasi yang berbeda dipandang sebagai variabel multivariat atau berdistribusi multivariat. Misalkan  $M(s, t)$  adalah data kejadian ekstrem pada lokasi  $s$  dan blok periode  $t$ , pada domain spasial  $D \subset \mathbb{R}^2$ . Distribusi dari  $M(s, t)$  adalah :

$$M(s, t) \sim GEV(\mu(s, t), \sigma(s, t), \xi(s, t)),$$

Dimana  $\mu(s, t)$ ,  $\sigma(s, t)$ , dan  $\xi(s, t)$  merupakan parameter *location*, *scale*, dan *shape* dari distribusi GEV (*Generalized Extreme Value*). Dengan asumsi bahwa



tiap komponen pada tiap lokasi adalah berdistribusi GEV, dilakukan transformasi ke dalam unit marjinal Frechet :

$$F(z) = \exp(-1/z), \quad z > 0.$$

Ketika jumlah lokasi ( $m$ ) yang diteliti berjumlah banyak, analisis menjadi sulit dilakukan karena *multivariate extreme value* berbasis distribusi dengan dimensi rendah atau terbatas (*finite dimensional*). Karena itu, digunakan pendekatan *Max Stable Processes* untuk mengatasi hal tersebut.

### 2.3.1 Max Stable Processes

*Max Stable Processes* (MSP) merupakan perluasan dari distribusi *multivariate extreme value* ke dimensi tak hingga (*infinite dimension*). Suatu fungsi distribusi  $G$  dikatakan *max stable* jika dan hanya jika  $G$  berdistribusi GEV.

Misalkan  $\{X_i(s), s \in S\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  merupakan proses stokastik yang saling bebas (*independent*) pada himpunan  $X$ . Jika terdapat rangkaian fungsi kontinu  $a_n(s) > 0$  dan  $b_n(s) \in \mathbb{R}$  sehingga :

$$Z(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\max_{i=1}^n X_i(s) - b_n(s)}{a_n(s)}, \quad n \rightarrow \infty, \quad s \in S,$$

maka proses stokastik  $\{Z(s), s \in S\}$  adalah *Max Stable Processes* (de Haan, 1984). Jika  $a_n(s) = n$  dan  $b_n(s) = 0$ , maka  $Z(s)$  merupakan *simple Max Stable*

*Processes* dengan unit marjinal Frechet  $F(z) = \exp\left(-\frac{1}{z}\right)$ ,  $z > 0$ . *Simple Max Stable Processes* dengan unit marjinal Frechet dapat dijelaskan melalui persamaan (2.21) :

$$Z(s) = \max_{i=1}^{\infty} \zeta_i W_i(s) \quad (2.21)$$

dimana  $\zeta_i$  dan  $W_i$  merupakan proses Poisson  $[0, \infty)$  dengan intensitas pengukuran  $\zeta^{-2} d\zeta \times \nu(dw)$ . Berdasarkan persamaan (2.21), terdapat beberapa model MSP



yang dapat terbentuk. Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model *Smith* dan *Brown-Resnick*.

### 2.3.2 Model *Smith's Storm Profile*

Model *Smith's Storm Profile* atau model *Smith* dikemukakan oleh de Haan (1984) dan Smith (1990) dimana  $W_i(s) = \varphi(s - U_i)$ .  $\varphi$  adalah fungsi densitas peluang normal multivariat,  $\zeta_i$  dan  $U_i$  merupakan proses Poisson. Persamaan (2.21) kemudian menjadi persamaan (2.22) :

$$Z(s) = \max_{i=1}^{\infty} \zeta_i \varphi(s - U_i). \quad (2.22)$$

Model *Smith* memiliki fungsi distribusi kumulatif bivariat sebagai berikut :

$$F(z_i, z_j) = \exp \left\{ -\frac{1}{z_j} \Phi \left( \frac{a(h)}{2} + \frac{1}{a(h)} \log \left( \frac{z_j}{z_i} \right) \right) - \frac{1}{z_j} \Phi \left( \frac{a(h)}{2} + \frac{1}{a(h)} \log \left( \frac{z_i}{z_j} \right) \right) \right\}, \quad (2.23)$$

Keterangan :

$h$  = jarak *euclid* antara dua lokasi  $(s_i, s_j)$

$\Phi$  = fungsi distribusi kumulatif normal standar.

$a(h) = \sqrt{h^T \Sigma^{-1} h}$ , dengan  $\Sigma$  adalah matriks kovarian

### 2.3.3 Model *Brown-Resnick*

Model MSP *Brown Resnick* dikemukakan oleh Brown dan Resnick (1977) dan digeneralisasi oleh Kabluchko (2009) dengan mendefinisikan struktur dependensi  $W_i(s) = \exp(\varepsilon_i(s) - \gamma(s))$  pada persamaan (2.21) sehingga menjadi persamaan (2.24).

$$Z(s) = \max_{i=1}^{\infty} \zeta_i \exp(\varepsilon_i(s) - \gamma(s)), \quad s \in S, \quad (2.24)$$



Dimana  $\varepsilon_i$  berdistribusi normal dengan semivariogram  $\gamma(h)$ ,  $\varepsilon(0) = 0$ . Model *Brown-Resnick* memiliki fungsi distribusi kumulatif bivariat yang sama dengan model *Smith* yang didefinisikan pada persamaan (2.23) dengan  $a(h) = \sqrt{2\gamma(h)}$ .

### 2.3.4 Koefisien Ekstremal

Dalam pemodelan nilai ekstrem menggunakan *max stable processes*, pengukuran dependensi ekstremal sangat diperlukan. Dependensi ekstremal merepresentasikan keterkaitan antar nilai ekstrem pada tiap pasangan lokasi. Salah satu cara untuk mengetahui ukuran dependensi dari model MSP adalah melalui fungsi koefisien ekstremal  $\theta(h)$  (Schlather & Tawn, 2003) seperti pada persamaan (2.25) :

$$\begin{aligned}\theta(s_1 - s_2) &= -z \log P\{Z(s_1) \leq z, Z(s_2) \leq z\} \\ &= E[\max\{W(s_1), W(s_2)\}].\end{aligned}\quad (2.25)$$

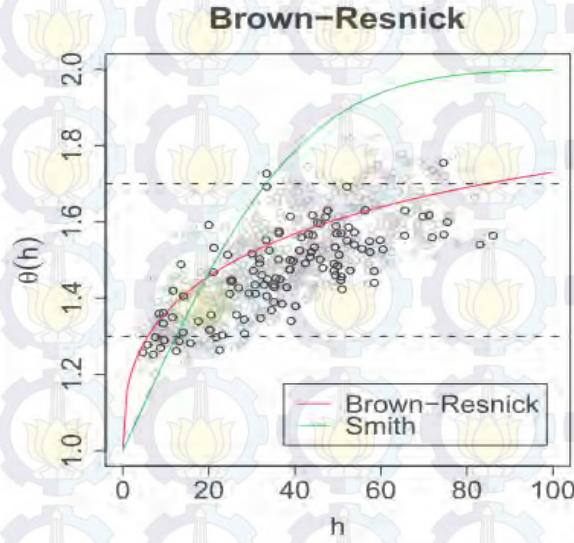
Koefisien ekstremal memiliki nilai  $1 \leq \theta(h) \leq 2$ , *complete dependence* ketika bernilai mendekati 1, *independence* ketika mendekati 2, dimana  $h$  merupakan jarak Euclid antara dua lokasi. Fungsi koefisien ekstremal dari model *Smith* dan *Brown-Resnick* didefinisikan pada persamaan (2.26) dan (2.27) :

$$\theta(h) = 2\Phi\left\{\sqrt{h^T \Sigma^{-1} h}/2\right\} \quad (2.26)$$

$$\theta(h) = 2\Phi\left\{\sqrt{\gamma(h)}/2\right\}. \quad (2.27)$$

Ketika  $\gamma(h) \rightarrow 0$ ,  $\theta(h)$  akan mendekati nilai 1, sedangkan jika  $\gamma(h)$  bernilai tak hingga (*unbounded*), yaitu  $\gamma(h) \propto h^{\alpha^*}$ , maka  $\theta(h) \rightarrow 2$  saat  $\|h\| \rightarrow \infty$ . Nilai  $\alpha^*$  merupakan parameter *smoothness*, jika  $\alpha^* = 2$  maka sama dengan realisasi dari model *Smith's storm profile*. Gambar 2.3 menyajikan perbedaan fungsi koefisien ekstremal model *Brown-Resnick* dan *Smith*. Secara grafis, terlihat bahwa fungsi koefisien ekstremal *Brown-Resnick* lebih dekat pada nilai koefisien ekstremal empirisnya jika dibandingkan dengan fungsi milik *Smith*.





**Gambar 2.3** Fungsi Koefisien Ekstremal Model *Brown-Resnick* dan *Smith* terhadap Nilai Koefisien Ekstremal Empiris (*sumber: Ribatet, 2011*)

#### 2.4 Estimasi Parameter dengan *Pairwise Likelihood Estimation*

Untuk memodelkan dependensi spasial, terdapat beberapa model *trend surface*, yaitu model linier dengan mengombinasikan komponen spasial koordinat lintang dan bujur. Model umum *trend surface* adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\mu(s) &= \beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu} \text{lon}(s) + \beta_{2,\mu} \text{lat}(s) \\ \sigma(s) &= \beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma} \text{lon}(s) + \beta_{2,\sigma} \text{lat}(s) \\ \xi(s) &= \beta_{0,\xi}.\end{aligned}\tag{2.28}$$

Hal utama yang diperhatikan dalam estimasi parameter *max stable processes* adalah adanya fungsi distribusi dengan dimensi terbatas (*finite dimension*) sehingga estimasi akan sulit dilakukan untuk data spasial. Metode *full likelihood* dalam perhitungannya memerlukan fungsi densitas gabungan. Namun pada MSP, tidak didapatkan fungsi densitas gabungan karena jumlah variabel lokasi yang besar. Karena itu, digunakan metode *Pairwise Likelihood* dimana hanya fungsi densitas *pairwise* yang diperlukan. *Pairwise log likelihood* untuk  $M$  lokasi didefinisikan pada persamaan (2.29) :

$$\ell_p(\boldsymbol{\beta}; \mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \log f(z_i, z_j; \boldsymbol{\beta})\tag{2.29}$$



dimana  $f(z_i, z_j; \beta)$  merupakan fungsi densitas peluang bivariat model MSP.

Estimasi *Pairwise likelihood* untuk  $\beta$  adalah :

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmax}} \ell_p(\beta; \mathbf{z}). \quad (2.30)$$

## 2.5 Pemilihan Model Terbaik

Terdapat beberapa model *trend surface* yang akan dicobakan dengan kombinasi keterlibatan komponen lintang dan bujur. Dari beberapa model yang dihasilkan, ditentukan model terbaik berdasarkan nilai TIC (*Takeuchi Information Criterion*). Rumus TIC adalah sebagai berikut (Varin, 2008):

$$TIC = -2 \left[ \ell_p(\hat{\beta}; \mathbf{z}) - \operatorname{tr} \left\{ \hat{J}(\beta_0) \hat{H}^{-1}(\beta_0) \right\} \right], \quad (2.31)$$

dengan  $\hat{H}^{-1}(\beta_0) = -\lim_{n \rightarrow \infty} n^{-1} \frac{\partial^2 \ell_p(\hat{\beta}; \mathbf{z})}{\partial(\hat{\beta}) \partial(\hat{\beta})^T}$  dan  $\hat{J}(\beta_0) = \operatorname{Cov} \left[ n^{-1/2} \frac{\partial \ell_p(\hat{\beta}; \mathbf{z})}{\partial(\hat{\beta})} \right]$ .

Model terbaik ditunjukkan melalui nilai TIC yang kecil.

## 2.6 Return Level

*Return level* merupakan ambang batas maksimum yang dicapai dalam periode ulang ( $T$ ) tertentu (Gilli & Kellezi, 2003). Peluang tercapainya ambang batas maksimum  $z_p$  ialah sebesar  $p = \frac{1}{T}$  yang ditunjukkan melalui persamaan  $P(X > z_p) = p$ . Sedangkan *return level*  $z_p$  diestimasi melalui persamaan (2.32) :

$$z_p(s) = \hat{\mu}(s) - \frac{\hat{\sigma}(s)}{\hat{\xi}(s)} \left( 1 - \left[ -\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right) \right]^{-\hat{\xi}(s)} \right). \quad (2.32)$$

## 2.7 Root Mean Square Error (RMSE)

Untuk validasi model, digunakan tolak ukur RMSE untuk mengukur kinerja dari model *Smith* dan *Brown-Resnick*. Rumus RMSE secara umum adalah sebagai berikut :



$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (z_i - \hat{z}_i)^2}{m}},$$

Dimana  $z_i$  merupakan nilai observasi aktual yang didapat dari data *testing*, sedangkan  $\hat{z}_i$  merupakan nilai dugaan atau prediksi.

## 2.8 Curah Hujan

Curah hujan adalah ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap, dan tidak mengalir. Curah hujan 1 (satu) millimeter, artinya dalam luasan satu meter persegi pada tempat yang datar tertampung air setinggi satu millimeter atau tertampung air sebanyak satu liter. Menurut BMKG dalam Kadarsah (2007), berdasarkan distribusi data rata-rata curah hujan bulanan, curah hujan di Indonesia dibedakan menjadi tiga tipe, yaitu :

### 1. Tipe ekuatorial

Pola ekuatorial dicirikan oleh tipe curah hujan dengan bentuk bimodal (dua puncak hujan) yang biasanya terjadi sekitar bulan Maret dan Oktober atau pada saat terjadi ekinoks. Di Indonesia, curah hujan yang mengikuti pola ini terjadi di sebagian besar wilayah Sumatra dan Kalimantan.

### 2. Tipe monsoon

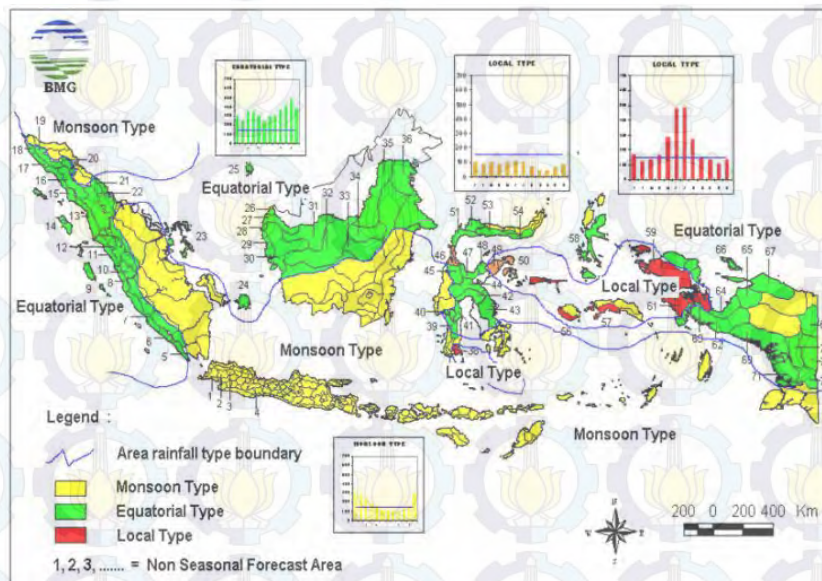
Curah hujan dipengaruhi oleh tiupan angin monsoon dan bersifat unimodal (satu puncak musim hujan, DJF (Desember-Januari-Februari) musim hujan, JJA (Juni-Juli-Agustus) musim kemarau). Tipe hujan ini terjadi di wilayah Indonesia bagian selatan, seperti di ujung Pulau Sumatra bagian selatan, Jawa, Bali, Nusa Tenggara dan Maluku selatan.

### 3. Tipe lokal

Curah hujan dipengaruhi oleh kondisi lingkungan setempat, yakni adanya bentang perairan sebagai sumber penguapan dan pegunungan sebagai daerah tangkapan hujan. Pola curah hujan lokal memiliki distribusi hujan bulanan kebalikan dengan pola monsoon, dicirikan oleh bentuk pola hujan unimodal (satu puncak hujan), tetapi bentuknya berlawanan dengan tipe hujan monsun.



Tipe curah hujan ini banyak terjadi di Maluku, Papua, dan sebagian Sulawesi (Tukidi, 2010).



**Gambar 2.4** Pola Curah Hujan di Indonesia (sumber: Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika, 2007)

### 2.8.1 Curah Hujan Ekstrem

Curah hujan dengan intensitas lebih dari 50 milimeter per hari menjadi parameter terjadinya hujan dengan intensitas lebat. Sedangkan curah hujan ekstrem memiliki curah hujan lebih besar 100 milimeter per hari. Daerah di Indonesia yang memiliki curah hujan paling tinggi ialah Baturaden, Jawa Tengah dengan intensitas curah hujan mencapai 7.069 mm/tahun.

### 2.8.2 Zona Musim

Zona musim merupakan pembagian daerah-daerah di Indonesia berdasarkan pola distribusi curah hujan rata-rata bulanan. Daerah yang memiliki batas yang jelas secara klimatologis antara periode musim hujan dan periode musim kemarau disebut dengan daerah Zona Musim (ZOM) (BMKG, 2014). Kabupaten Lamongan berada di ZOM 150 (Gresik bagian utara dan timur, Lamongan bagian tengah) dan ZOM 151 (Lamongan bagian tengah dan timur). Wilayah yang berada pada ZOM yang sama atau berdekatan memiliki karakteristik curah hujan yang hampir sama.



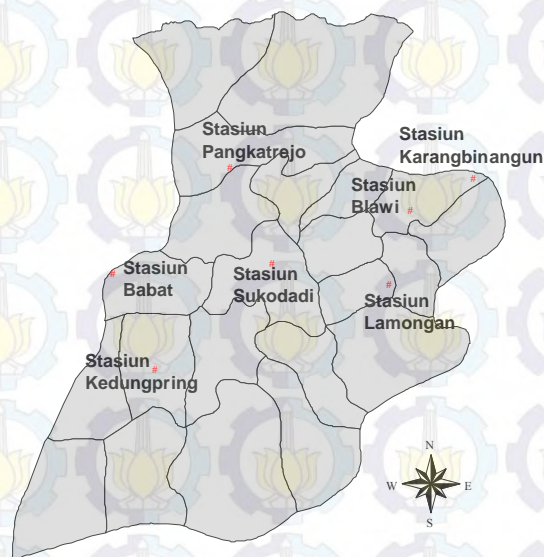
## BAB III METODE PENELITIAN

### 3.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang bersumber dari Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika di Karangploso Malang, berupa data curah hujan harian di tujuh pos pengukuran di Kabupaten Lamongan tahun 1981-2012.

1. Pos Curah Hujan Babat
2. Pos Curah Hujan Blawi
3. Pos Curah Hujan Karangbinangun
4. Pos Curah Hujan Kedungpring
5. Pos Curah Hujan Lamongan
6. Pos Curah Hujan Pangkatrejo
7. Pos Curah Hujan Sukodadi

Lokasi masing-masing pos curah hujan di Kabupaten Lamongan ditunjukkan pada Gambar 3.1.



**Gambar 3.1** Lokasi Pos Curah Hujan di Kabupaten Lamongan



Data dibagi menjadi dua, yaitu data *learning* untuk analisis dan data *testing* untuk validasi model. Data yang digunakan adalah data curah hujan harian tahun 1981-2007, sedangkan untuk validasi digunakan data tahun 2008-2012. Struktur data yang digunakan ditunjukkan pada Tabel 3.1.

**Tabel 3.1** Struktur Data Penelitian

Hari	Bulan	Tahun	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$
1	1	1981	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$	$x_{3,1}$	$x_{4,1}$	$x_{5,1}$	$x_{6,1}$	$x_{7,1}$
2	1	1981	$x_{1,2}$	$x_{1,2}$	$x_{1,2}$	$x_{1,2}$	$x_{1,2}$	$x_{1,2}$	$x_{1,2}$
3	1	1981	$x_{1,3}$	$x_{1,3}$	$x_{1,3}$	$x_{1,3}$	$x_{1,3}$	$x_{1,3}$	$x_{1,3}$
⋮	⋮	1981	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31	1	1981	$x_{1,31}$	$x_{1,31}$	$x_{1,31}$	$x_{1,31}$	$x_{1,31}$	$x_{1,31}$	$x_{1,31}$
1	2	1981	$x_{1,32}$	$x_{1,32}$	$x_{1,32}$	$x_{1,32}$	$x_{1,32}$	$x_{1,32}$	$x_{1,32}$
⋮	⋮	1981	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
29	2	1981	$x_{1,60}$	$x_{1,60}$	$x_{1,60}$	$x_{1,60}$	$x_{1,60}$	$x_{1,60}$	$x_{1,60}$
⋮	⋮	1981	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31	3	1981	$x_{1,91}$	$x_{1,91}$	$x_{1,91}$	$x_{1,91}$	$x_{1,91}$	$x_{1,91}$	$x_{1,91}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31	12	2012	$x_{1,11688}$	$x_{1,11688}$	$x_{1,11688}$	$x_{1,11688}$	$x_{1,11688}$	$x_{1,11688}$	$x_{1,11688}$

Dengan :

$X_1$  = curah hujan di pos curah hujan Babat

$X_2$  = curah hujan di pos curah hujan Blawi

$X_3$  = curah hujan di pos curah hujan Karangbinangun

$X_4$  = curah hujan di pos curah hujan Kedungpring

$X_5$  = curah hujan di pos curah hujan Lamongan

$X_6$  = curah hujan di pos curah hujan Pangkatrejo

$X_7$  = curah hujan di pos curah hujan Sukodadi



### 3.2 Tahapan Penelitian

Berikut ini adalah tahapan penelitian *spatial extreme value* dengan *Max Stable Processes* :

1. Mengkaji prosedur pemodelan *spatial extreme value* dengan *Max Stable Processes*.
  - a. Mengkaji langkah estimasi parameter model *Brown-Resnick* dengan *Pairwise Likelihood Estimation*.
  - b. Mendapatkan fungsi densitas (PDF) model *Brown-Resnick* dengan menurunkan fungsi distribusi kumulatif bivariat *Brown-Resnick* terhadap variabel random.
  - c. Menentukan fungsi *Pairwise log Likelihood* dengan fungsi densitas yang telah diperoleh.
2. Penerapan *Max Stable Processes* terhadap data curah hujan ekstrem di Kabupaten Lamongan.
  - *Pra-processing data*
    - a. Melakukan statistika deskriptif dan membuat *bar chart* untuk mengetahui karakteristik dan pola curah hujan di Kabupaten Lamongan tahun 1981-2012
    - b. Mengidentifikasi adanya nilai ekstrem dengan histogram, plot densitas dan plot probabilitas normal.
    - c. Mengambil sampel ekstrem dengan metode *Block Maxima*, dengan membuat blok periode waktu tiga bulan yaitu Desember-Januari-Februari (DJF), Maret-April-Mei (MAM), Juni-Juli-Agustus (JJA), dan September-Oktober-November (SON) untuk data curah hujan 1981-2007. Sampel nilai ekstrem diambil dari nilai maksimum curah hujan dari masing-masing blok.
    - d. Mendapatkan estimasi parameter  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$ , dan  $\hat{\xi}$  secara univariat dengan MLE dan diselesaikan secara numerik dengan metode iterasi BFGS.
    - e. Menguji kesesuaian distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) terhadap data eskترم dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* dan



menentukan tipe distribusi menggunakan uji *Likelihood-Ratio*.

Fungsi distribusi GEV adalah sebagai berikut :

$$G(x; \mu, \xi, \sigma) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]_+^{\frac{1}{\xi}} \right\}$$

- Estimasi parameter dan pemodelan dependensi spasial dengan model *Brown-Resnick* dan *Smith*.

- Mentransformasikan data ekstrem ke marjin Frechet standar :

$$Z(s) = \left( 1 + \frac{\hat{\xi}(s)(X(s) - \hat{\mu}(s))}{\hat{\sigma}(s)} \right)_+^{1/\hat{\xi}(s)}$$

dengan  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{\xi}$  adalah estimasi parameter univariat distribusi GEV masing-masing lokasi.

- Menghitung koefisien ekstremal untuk setiap pasangan lokasi dengan rumus :

$$\theta(x_1 - x_2) = -z \log P\{Z(x_1) \leq z, Z(x_2) \leq z\} = E[\max\{W(x_1), W(x_2)\}].$$

- Memilih model *trend surface* terbaik dari sembilan kombinasi model melalui nilai TIC terkecil :

**Tabel 3.2** Kombinasi Model *Trend Surface*

No.	$\mu(x)$	$\sigma(x)$	$\xi(x)$
1.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}lon(x) + \beta_{2,\mu}lat(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}lon(x) + \beta_{2,\sigma}lat(x)$	$\beta_{0,\xi}$
2.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}lon(x) + \beta_{2,\mu}lat(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}lon(x)$	$\beta_{0,\xi}$
3.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}lon(x) + \beta_{2,\mu}lat(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{2,\sigma}lat(x)$	$\beta_{0,\xi}$
4.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}lon(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}lon(x) + \beta_{2,\sigma}lat(x)$	$\beta_{0,\xi}$
5.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{2,\mu}lat(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}lon(x) + \beta_{2,\sigma}lat(x)$	$\beta_{0,\xi}$
6.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}lon(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}lon(x)$	$\beta_{0,\xi}$
7.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}lon(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{2,\sigma}lat(x)$	$\beta_{0,\xi}$
8.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{2,\mu}lat(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}lon(x)$	$\beta_{0,\xi}$
9.	$\beta_{0,\mu} + \beta_{2,\mu}lat(x)$	$\beta_{0,\sigma} + \beta_{2,\sigma}lat(x)$	$\beta_{0,\xi}$



$$TIC = -2 \left[ \ell_p(\hat{\beta}; \mathbf{z}) - \text{tr} \left\{ \hat{J}(\beta_0) \hat{H}^{-1}(\beta_0) \right\} \right]$$

- d. Estimasi parameter model *trend surface* dengan model *Smith* dan *Brown-Resnick* menggunakan metode *pairwise likelihood estimation* :

$$\ell_p(\beta; \mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \log f(z_i, z_j; \beta)$$

Dimana:

$$f(z_1, z_2) = \frac{\partial^2}{\partial z_1 \partial z_2} \left[ \exp \left\{ -\frac{1}{z_1} \Phi \left( \frac{a(h)}{2} + \frac{1}{a(h)} \log \left( \frac{z_2}{z_1} \right) \right) - \frac{1}{z_2} \Phi \left( \frac{a(h)}{2} + \frac{1}{a(h)} \log \left( \frac{z_1}{z_2} \right) \right) \right\} \right]$$

• Menghitung *Return Level*

- a. Menentukan *Return Level* masing-masing lokasi dengan rumus sebagai berikut :

$$z_p(x) = \hat{\mu}(x) - \frac{\hat{\sigma}(x)}{\hat{\xi}(x)} (1 - (-\log(1-p)))^{-\frac{1}{\hat{\xi}(x)}}$$

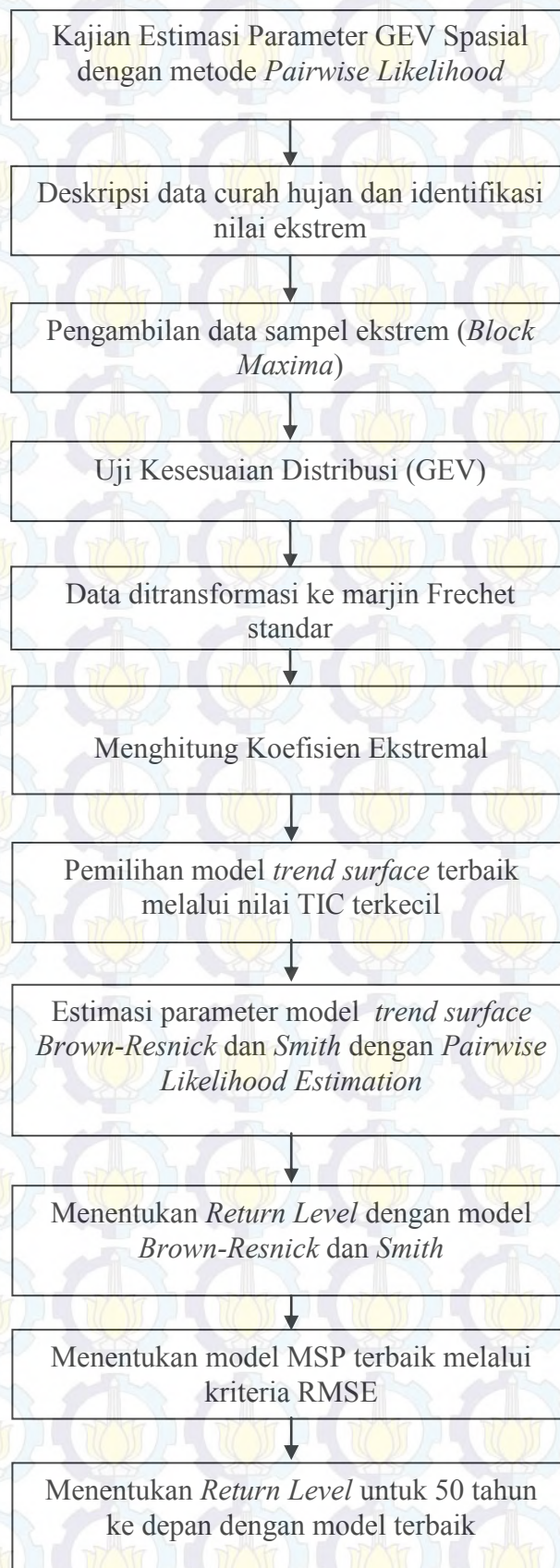
- b. Menghitung RMSE model *Brown-Resnick* dan *Smith* dengan rumus sebagai berikut :

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (z_i - \hat{z}_i)^2}{M}},$$

dimana  $z_p$  merupakan nilai observasi aktual yang didapat dari data *testing*,  $\hat{z}_p$  merupakan nilai dugaan atau prediksi, dan  $m$  adalah jumlah lokasi.

Langkah-langkah analisis tersebut dapat digambarkan dalam diagram alir pada Gambar 3.2 :





**Gambar 3.2** Tahapan Penelitian



## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini dibahas langkah estimasi parameter model *Brown-Resnick* dengan metode *Maximum Pairwise Likelihood Estimation* (MPLE) dan penerapan metode MSP model *Brown-Resnick* terhadap data curah hujan ekstrem di Kabupaten Lamongan. Kajian penerapan metode MSP dibahas deskripsi dan pola curah hujan. Di samping itu, dibahas pula pengujian kesesuaian distribusi dan identifikasi nilai ekstrem dengan metode *Block Maxima*. Pada bagian akhir dibahas penentuan koefisien ekstremal dan model *trend surface* terbaik, serta estimasi parameter dan *return level*.

#### 4.1 Estimasi Parameter Model *Smith* dan *Brown-Resnick* dengan *Pairwise Likelihood Estimation*

Untuk mengestimasi parameter model *Smith* dan *Brown-Resnick*, digunakan metode *Maximum Pairwise Likelihood Estimation*. Parameter yang diduga adalah koefisien model *trend surface* ( $\beta$ ) untuk mendapatkan parameter GEV spasial, yaitu:  $\mu(x)$ ,  $\sigma(x)$ , dan  $\xi(x)$ . Langkah pertama adalah menentukan fungsi densitas peluang bivariat (PDF)  $f(z_i, z_j)$  model MSP. PDF model *Smith* dan *Brown-Resnick* didapat dengan menurunkan fungsi distribusi kumulatif yang telah dijelaskan di Bab II, dimana model *Smith* dan *Brown-Resnick* memiliki fungsi distribusi kumulatif yang sama. Misalkan :

$$w(h) = \frac{a(h)}{2} + \frac{1}{a(h)} \log \left( \frac{z_j}{z_i} \right), \text{ dan}$$

$$v(h) = a(h) - w(h), \quad i = 1, 2, \dots, m-1 \text{ dan } j = 2, 3, \dots, m$$

maka fungsi distribusi kumulatif bivariat model *Smith* dan *Brown-Resnick* menjadi persamaan (4.1).

$$F(z_i, z_j) = \exp \left( - \frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \quad (4.1)$$



Untuk mendapatkan PDF model *Smith* dan *Brown-Resnick*, persamaan (4.1) perlu diturunkan terhadap  $(z_i, z_j)$ .

$$\begin{aligned}
 f(z_i, z_j) &= \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_j} F(z_i, z_j) \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_j} \left( \exp \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \right) \\
 &= \exp \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \\
 &\quad \times \left\{ \frac{\partial}{\partial z_i} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \frac{\partial}{\partial z_j} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_j} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \right\}. \tag{4.2}
 \end{aligned}$$

Diketahui :

$$\frac{\partial \Phi(w(h))}{\partial z_i} = -\frac{\varphi(w(h))}{az_i}, \quad \frac{\partial \Phi(v(h))}{\partial z_i} = \frac{\varphi(v(h))}{az_i}$$

$$\frac{\partial \varphi(w(h))}{\partial z_i} = -\frac{w\varphi(w(h))}{az_i}, \quad \frac{\partial \varphi(v(h))}{\partial z_i} = -\frac{v\varphi(v(h))}{az_i}$$

Sehingga turunan dari komponen persamaan (4.2) masing-masing adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial z_i} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) &= \frac{\partial}{\partial z_i} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} \right) - \frac{\partial}{\partial z_i} \left( \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \\
 &= \left( \frac{\Phi(w(h))}{z_i^2} + \frac{\varphi(w(h))}{az_i} \cdot \frac{1}{z_i} \right) - \left( \frac{\varphi(v(h))}{az_i} \cdot \frac{1}{z_j} \right) \\
 &= \frac{\Phi(w(h))}{z_i^2} + \frac{\varphi(w(h))}{az_i^2} - \frac{\varphi(v(h))}{az_i z_j}, \tag{4.3}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z_j} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_j} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) &= \frac{\partial}{\partial z_j} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} \right) - \frac{\partial}{\partial z_j} \left( \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \\
&= \left( \frac{\varphi(w(h))}{az_j} \cdot \frac{1}{z_i} \right) - \left( \frac{\Phi(v(h))}{z_j^2} + \frac{\varphi(v(h))}{az_j} \cdot \frac{1}{z_j} \right) \quad (4.4) \\
&= \frac{\Phi(v)}{z_j^2} + \frac{\varphi(v)}{az_j^2} - \frac{\varphi(w)}{az_i z_j},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_j} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} - \frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) &= \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_j} \left( -\frac{\Phi(w(h))}{z_i} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_j} \left( -\frac{\Phi(v(h))}{z_j} \right) \quad (4.5) \\
&= \frac{v\varphi(w(h))}{a^2 z_i^2 z_j} + \frac{w\varphi(v(h))}{a^2 z_i z_j^2}.
\end{aligned}$$

Persamaan (4.3), (4.4), dan (4.5) disubstitusikan ke dalam persamaan (4.2) sehingga menjadi persamaan (4.6) :

$$\begin{aligned}
f(z_i, z_j) &= \exp \left( -\frac{\Phi(w)}{z_i} - \frac{\Phi(v)}{z_j} \right) \times \left\{ \left( \frac{\Phi(w)}{z_i^2} + \frac{\varphi(w)}{az_i^2} - \frac{\varphi(v)}{az_i z_j} \right) \right. \\
&\quad \times \left( \frac{\Phi(v)}{z_j^2} + \frac{\varphi(v)}{az_j^2} - \frac{\varphi(w)}{az_i z_j} \right) + \left. \left( \frac{v\varphi(w)}{a^2 z_i^2 z_j} + \frac{w\varphi(v)}{a^2 z_i z_j^2} \right) \right\} \quad (4.6)
\end{aligned}$$

Setelah mendapatkan fungsi PDF model *Brown-Resnick*, langkah selanjutnya adalah mensubstitusikan persamaan (4.6) ke dalam fungsi *Pairwise log likelihood* pada persamaan (2.29) :

$$\begin{aligned}
\ell_p(\boldsymbol{\beta}; \mathbf{z}) &= \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \log f(z_i, z_j; \boldsymbol{\beta}) \\
&= \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \log \left( \exp \left( -\frac{\Phi(w)}{z_i} - \frac{\Phi(v)}{z_j} \right) \times \left\{ \left( \frac{\Phi(w)}{z_i^2} + \frac{\varphi(w)}{az_i^2} - \frac{\varphi(v)}{az_i z_j} \right) \right. \right. \\
&\quad \times \left. \left( \frac{\Phi(v)}{z_j^2} + \frac{\varphi(v)}{az_j^2} - \frac{\varphi(w)}{az_i z_j} \right) + \left. \left( \frac{v\varphi(w)}{a^2 z_i^2 z_j} + \frac{w\varphi(v)}{a^2 z_i z_j^2} \right) \right\} \right) \quad (4.7)
\end{aligned}$$

Data ditransformasi terlebih dahulu ke unit marjinal Frechet, dengan fungsi inverse seperti pada persamaan (4.8) :



$$Z_i = \left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{1/\xi_i}$$

$$Z_j = \left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{1/\xi_j}$$
(4.8)

Maka fungsi densitas bivariate menjadi :

$$f_{Y_i, Y_j}(y_i, y_j) = f_{Z_i, Z_j} \left[ g^{-1}(y_i, y_j) \right] |J(y_i, y_j)|, \quad (4.9)$$

dengan  $f_{Z_i, Z_j}(z_i, z_j)$  merupakan fungsi PDF dari model *Brown-Resnick*, dan

$$|J(y_i, y_j)| = \frac{1}{\sigma_i \sigma_j} \left(1 + \frac{\xi_i(y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{1/\xi_i - 1} \times \left(1 + \frac{\xi_j(y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{1/\xi_j - 1}.$$

Persamaan (4.8) dan (4.9) kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan (4.7) sehingga menjadi persamaan (4.10).

$$f_{Y_i, Y_j}(y_i, y_j) = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \log \left( \exp \left( - \frac{\Phi(w)}{\left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{1/\xi_i}} - \frac{\Phi(v)}{\left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{1/\xi_j}} \right) \right.$$

$$\times \left\{ \frac{\Phi(w)}{\left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{2/\xi_i}} + \frac{\varphi(w)}{a \left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{2/\xi_i}} - \frac{\varphi(v)}{a \left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{1/\xi_i} \left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{1/\xi_j}} \right\}$$

$$\times \left\{ \frac{\Phi(v)}{\left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{2/\xi_j}} + \frac{\varphi(v)}{a \left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{2/\xi_j}} - \frac{\varphi(w)}{a \left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{1/\xi_i} \left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{1/\xi_j}} \right\}$$

$$+ \left\{ \frac{v\varphi(w)}{a^2 \left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{2/\xi_i} \left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{1/\xi_j}} + \frac{w\varphi(v)}{a^2 \left(1 + \frac{\xi_i(Y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{1/\xi_i} \left(1 + \frac{\xi_j(Y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{2/\xi_j}} \right\}$$

$$\times \left( \frac{1}{\sigma_i \sigma_j} \left(1 + \frac{\xi_i(y_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)_+^{1/\xi_i - 1} \times \left(1 + \frac{\xi_j(y_j - \mu_j)}{\sigma_j}\right)_+^{1/\xi_j - 1} \right), \quad (4.10)$$



dengan :

$$\mu(x) = \beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}lon(x) + \beta_{2,\mu}lat(x)$$

$$\sigma(x) = \beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}lon(x) + \beta_{2,\sigma}lat(x)$$

$$\xi(x) = \beta_{0,\xi}.$$

Persamaan (4.10) merupakan bentuk persamaan tidak *closed-form*. Karena itu, digunakan metode numerik untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Pada penelitian ini metode iterasi yang digunakan adalah Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS), sama seperti metode numerik yang digunakan pada estimasi parameter GEV univariat di Bab II. Langkah pertama adalah membuat turunan kedua dari fungsi *ln likelihood* fungsi *pairwise* terhadap parameter dan membuat matriks Hessian  $H^{(k)}$  dan  $g(\theta^{(k)})$ . Proses perhitungan dilakukan menggunakan software R 3.2.0 dengan *package SpatialExtremes* hingga didapatkan estimasi parameter model *trend surface* untuk mendapatkan parameter GEV spasial. Program R untuk estimasi parameter disajikan pada Lampiran 22.

## 4.2 Aplikasi Model *Smith* dan *Brown-Resnick* pada Data Curah Hujan Ekstrem

Pada tahap ini dilakukan penerapan metode MSP model *Smith* dan *Brown-Resnick* yang telah dipaparkan pada Bab 2 beserta estimasi parameter yang telah dijabarkan pada sub bab 4.1. Data yang digunakan adalah data curah hujan ekstrem pada tujuh pos pengukuran curah hujan di Kabupaten Lamongan. Pos curah hujan yang digunakan sebagai unit pengamatan adalah pos Babat, Blawi, Karangbinangun, Kedungpring, Lamongan, Pangkatrejo, dan Sukodadi.

### 4.2.1 Deskripsi Curah Hujan di Kabupaten Lamongan

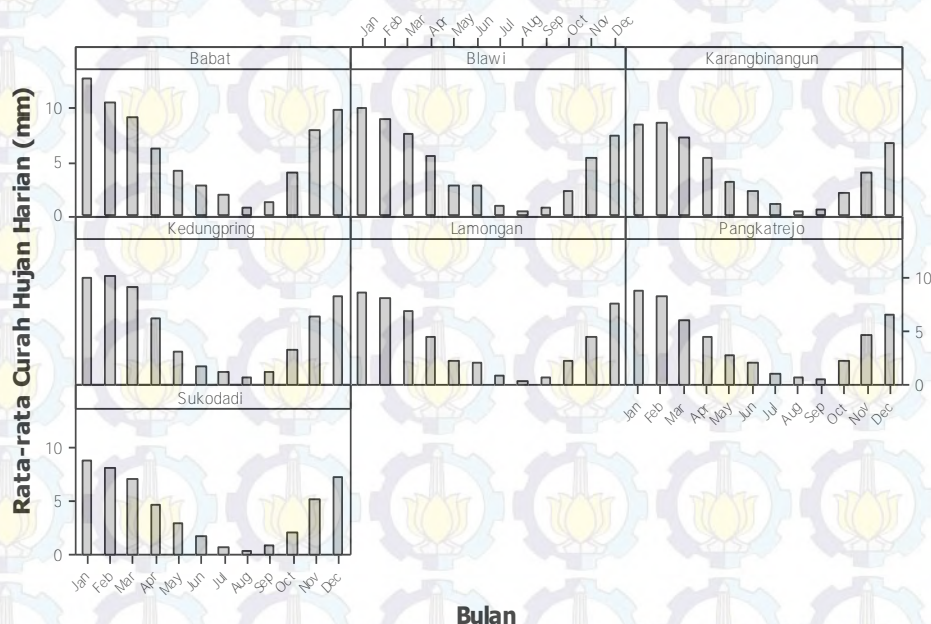
Tabel 4.1 menunjukkan bahwa pos Babat memiliki rata-rata curah hujan harian tertinggi yaitu 5,96 mm/hari, sedangkan rata-rata curah hujan terendah ada pada pos Pangkatrejo yaitu sebesar 4,02 mm/hari. Hal ini menunjukkan bahwa intensitas curah hujan pada pos Babat lebih tinggi daripada pos lainnya. Secara keseluruhan, nilai curah hujan tertinggi adalah 200 mm (pos Blawi).



**Tabel 4.1** Rata-Rata, Standar Deviasi, Nilai Minimal dan Maksimal Curah Hujan  
Kabupaten Lamongan

Pos Curah Hujan	Rata-rata (mm/hari)	Standar Deviasi	Minimal (mm/hari)	Maksimal (mm/hari)
Babat	5,96	15,66	0	157
Blawi	4,55	12,30	0	200
Karangbinangun	4,16	11,39	0	164
Kedungpring	5,11	12,96	0	150
Lamongan	4,06	10,66	0	132
Pangkatrejo	4,02	10,99	0	136
Sukodadi	4,16	11,26	0	140

Gambar 4.1 menunjukkan pola curah hujan harian menurut bulan di tujuh lokasi mulai tahun 1981 hingga 2012. Pola tersebut berbentuk U dan memiliki satu puncak curah hujan (unimodial) yang berarti tipe curah hujan di tujuh pos adalah *monsoon*. Sifat tipe *monsoon* ialah perbedaan musim yang jelas, yaitu musim hujan yang terjadi pada bulan Desember-Januari-Februari (DJF), ditandai dengan tingginya curah hujan, dan musim kemarau yang terjadi pada bulan Juni-Juli-Agustus (JJA), dengan curah hujan yang rendah. Hal ini mengidentifikasi bahwa ketujuh lokasi memiliki karakteristik hujan yang sama, sehingga memungkinkan terjadi dependensi antar lokasi.



**Gambar 4.1** Rata-rata Curah Hujan Harian Menurut Bulan dan Lokasi



Gambar 4.2 menunjukkan bahwa terdapat nilai ekstrem pada data curah hujan harian di Pos Babat. Hal ini terlihat dari pola distribusi yang memiliki frekuensi tinggi pada nilai 0, sehingga pola distribusi memiliki ekor berat (*heavy tailed*) atau berdistribusi ekstrem.



**Gambar 4.2** Histogram Curah Hujan Harian menurut Lokasi

#### 4.2.2 Identifikasi Nilai Ekstrem dengan *Block Maxima*

Pada penelitian ini digunakan metode *Block Maxima* untuk mengidentifikasi curah hujan ekstrem. Karena tipe curah hujan pada ketujuh lokasi adalah *monsoon*, maka blok yang digunakan adalah blok tiga bulanan berupa empat periode musim per tahunnya, yaitu musim hujan pada bulan Desember-Januari-Februari (DJF), musim peralihan pada bulan Maret-April-Mei (MAM), musim kemarau pada bulan Juni-Juli-Agustus (JJA), dan peralihan menuju musim hujan pada bulan September-Oktober-Nopember (SON). Identifikasi nilai ekstrem diawali dari bulan Maret 1981 hingga bulan Nopember 2007 dengan total blok adalah 107. Estimasi parameter GEV pada masing-masing lokasi dengan *maximum likelihood estimation* disajikan pada Tabel 4.2.



**Tabel 4.2** Estimasi Parameter GEV Univariat Menurut Lokasi

Lokasi	Location $\hat{\mu}(x)$	Scale $\hat{\sigma}(x)$	Shape $\hat{\xi}(x)$
Babat	60,213	36,526	-0,331
Blawi	48,343	32,223	-0,205
Karangbinangun	45,925	27,273	-0,197
Kedungrejo	51,691	32,024	-0,268
Lamongan	42,589	26,358	-0,185
Pangkatrejo	48,227	26,329	-0,258
Sukodadi	46,319	30,171	-0,283

**a. Uji Kesesuaian Distribusi GEV**

Untuk memeriksa apakah data ekstrem berdistribusi *generalized extreme value*, digunakan uji Kolmogorov Smirnov.

Pengujian Hipotesis :

$H_0 : S(x) = F_0(x)$  (Data mengikuti distribusi GEV)

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$  (Data tidak mengikuti distribusi GEV)

**Tabel 4.3** Rangkuman Pengujian *Kolmogorov-Smirnov* untuk Distribusi GEV Menurut Lokasi

Lokasi	$D_{hitung}$	$D_{0,05}$	Kesimpulan
Babat	0.074287	0.131476	Gagal Tolak $H_0$
Blawi	0.064088	0.131476	Gagal Tolak $H_0$
Karangbinangun	0.058690	0.131476	Gagal Tolak $H_0$
Kedungrejo	0.069041	0.131476	Gagal Tolak $H_0$
Lamongan	0.074665	0.131476	Gagal Tolak $H_0$
Pangkatrejo	0.087632	0.131476	Gagal Tolak $H_0$
Sukodadi	0.082785	0.131476	Gagal Tolak $H_0$

Berdasarkan Tabel 4.3, hasil pengujian *Kolmogorov-Smirnov* menunjukkan bahwa data ekstrem pada masing-masing lokasi telah mengikuti distribusi teoritik distribusi GEV. Selanjutnya menentukan tipe distribusi GEV dengan *Likelihood Ratio test* dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : \xi = 0$  (Tipe distribusi Gumbel)

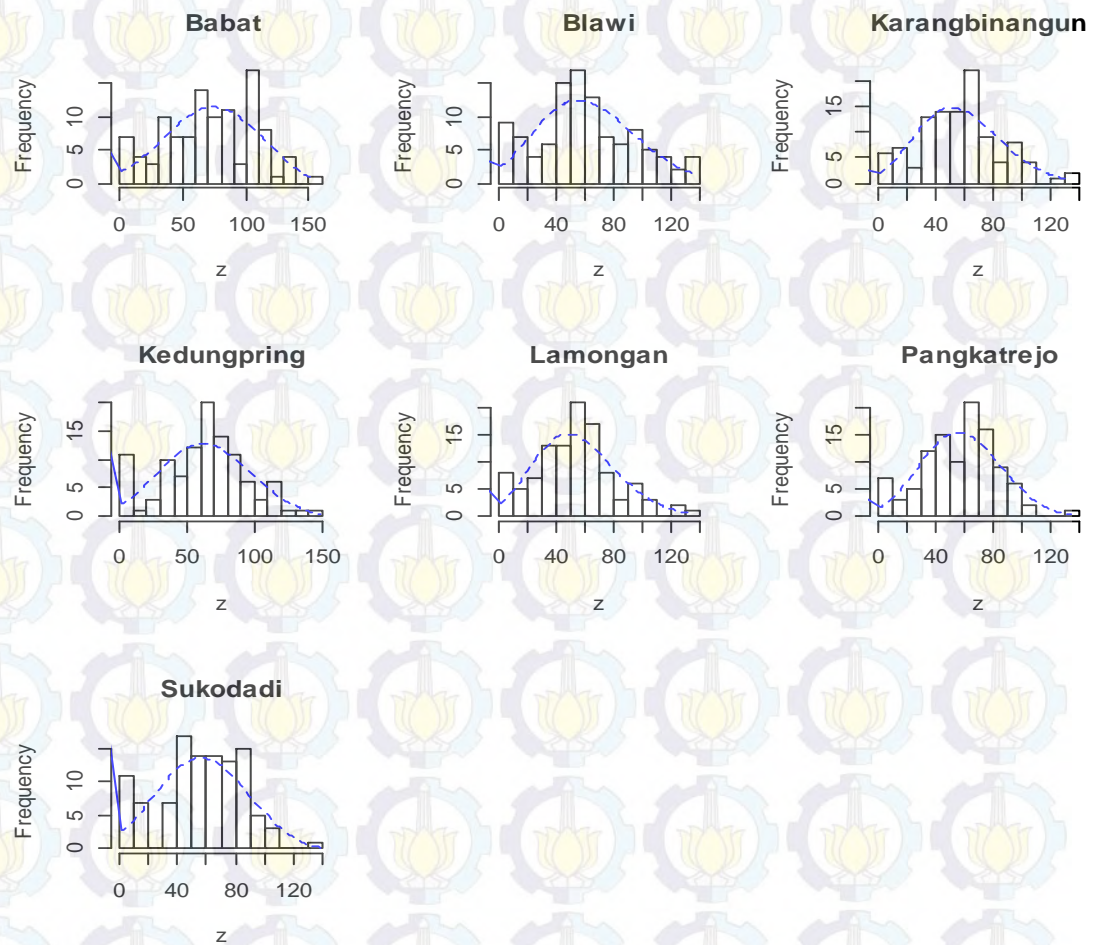
$H_1 : \xi \neq 0$



**Tabel 4.4** Rangkuman Pengujian *Likelihood Ratio Test* Menurut Lokasi

Lokasi	$-2 \ln \Lambda$	$\chi^2_{1;\alpha}$	Kesimpulan
Babat	17.69884	3.841459	Tolak $H_0$
Blawi	6.213352	3.841459	Tolak $H_0$
Karangbinangun	7.932242	3.841459	Tolak $H_0$
Kedungrejo	15.81843	3.841459	Tolak $H_0$
Lamongan	7.611882	3.841459	Tolak $H_0$
Pangkatrejo	19.20926	3.841459	Tolak $H_0$
Sukodadi	19.43153	3.841459	Tolak $H_0$

Hasil pengujian terhadap parameter *shape* menunjukkan bahwa data ekstrem mengikuti distribusi Weibull dengan  $\hat{\xi} < 0$ , seperti disajikan pada Tabel 4.4. Pola data ekstrem dapat dilihat pada Gambar 4.5 dan 4.6.

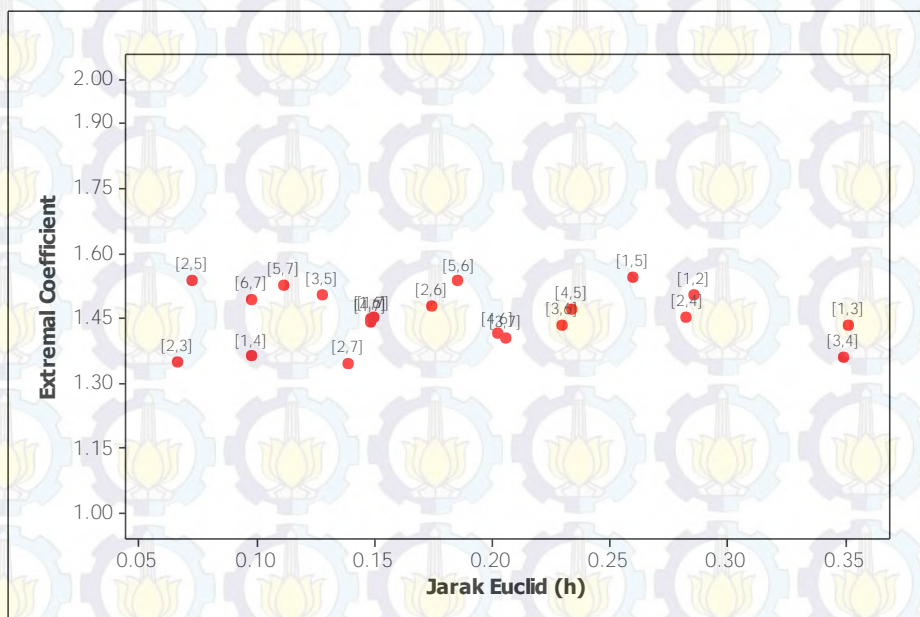


**Gambar 4.3** Plot Densitas Data Curah Hujan Ekstrem Menurut Lokasi



### 4.2.3 Pemodelan Dependensi Ekstremal dengan *Max Stable Processes*

Langkah awal dalam pemodelan *Max Stable Processes* adalah mentransformasikan data ekstrem ke dalam marjin Frechet dan menghitung koefisien ekstremal. Pada Gambar 4.7, nilai koefisien ekstremal ketujuh lokasi bervariasi pada kisaran 1,34 sampai 1,55. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat dependensi ekstremal antar lokasi. Semakin dekat jarak antara dua lokasi, semakin besar pula keterkaitannya. Sebaliknya, semakin jauh jarak antara kedua lokasi, semakin kecil keterkaitannya. Dengan kata lain, seharusnya pola koefisien ekstremal akan meningkat seiring dengan penambahan jarak ( $h$ ), seperti pada Gambar 2.3 pada Bab II. Pada penelitian ini, jarak lokasi pengamatan tidak terlalu jauh dengan kondisi topografi masih berada pada satu wilayah yang sama, sehingga penambahan jarak antara dua lokasi terdekat dengan terjauh tidak mempengaruhi nilai koefisien ekstremal. Oleh karena itu, pola pada Gambar 4.7 cenderung stabil atau mendatar. Meskipun demikian masih terdapat dependensi spasial, sehingga dapat dilakukan pemodelan dengan *Max Stable Processes*.

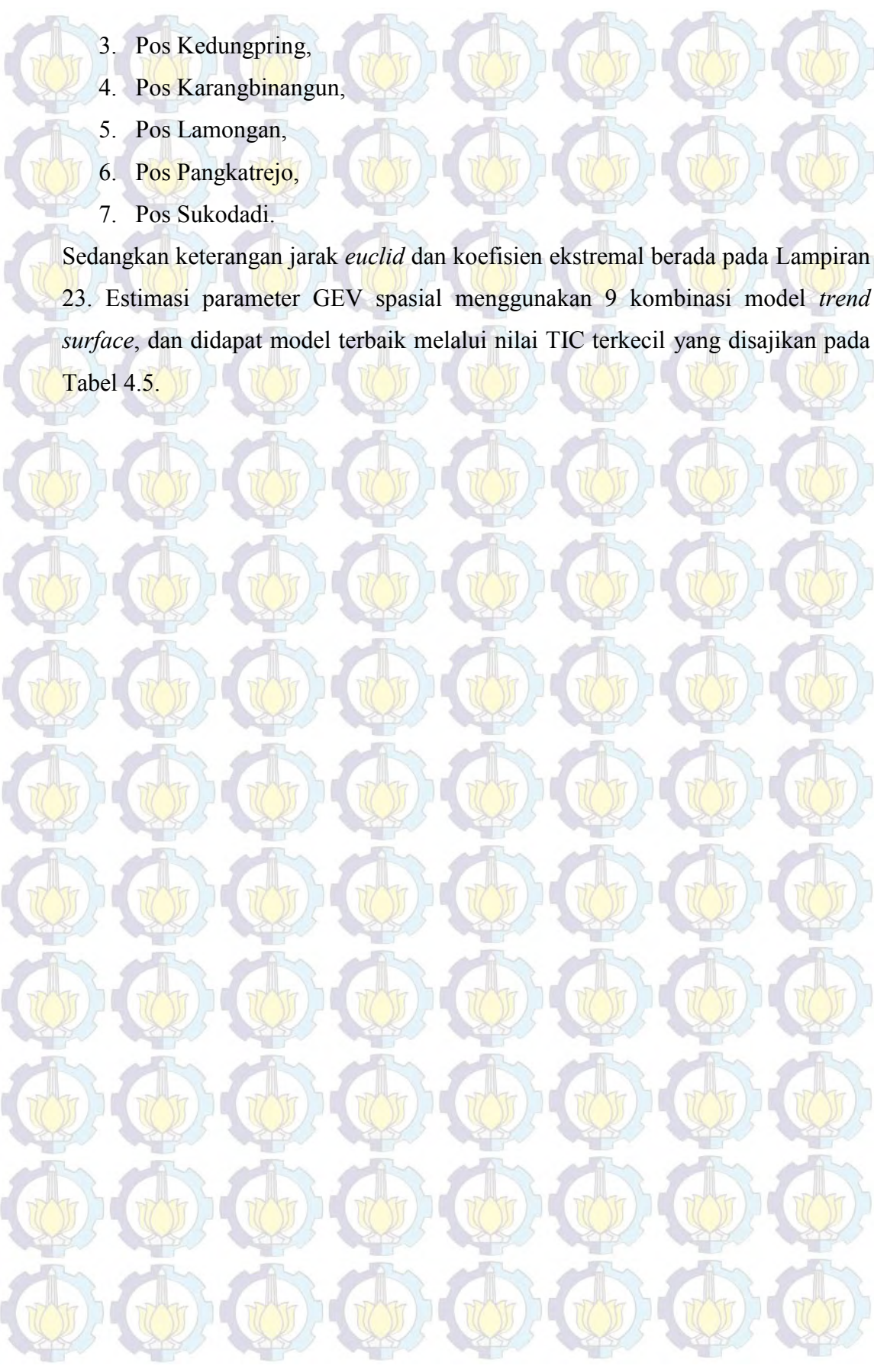


**Gambar 4.4** Koefisien Ekstremal Tujuh Pos Curah Hujan

Simbol berwarna merah pada Gambar 4.7 menunjukkan pasangan lokasi sebanyak 21 pasang, dengan keterangan lokasi adalah sebagai berikut :

1. Pos Babat,
2. Pos Blawi,



- 
3. Pos Kedungpring,
  4. Pos Karangbinangun,
  5. Pos Lamongan,
  6. Pos Pangkatrejo,
  7. Pos Sukodadi.

Sedangkan keterangan jarak *euclid* dan koefisien ekstremal berada pada Lampiran 23. Estimasi parameter GEV spasial menggunakan 9 kombinasi model *trend surface*, dan didapat model terbaik melalui nilai TIC terkecil yang disajikan pada Tabel 4.5.



**Tabel 4.5** Pemilihan Model *Trend Surface* Terbaik

No	Model	TIC
1	$\hat{\mu}(x) = 4407,2 - 37,28lon(x) + 24,11lat(x)$ $\hat{\sigma}(x) = 1602,706 - 13,764lon(x) + 3,691lat(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3229,80
2	$\hat{\mu}(x) = 4407,3 - 37,03lon(x) + 28,04lat(x)$ $\hat{\sigma}(x) = 1963,24 - 17,21lon(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3228,33
3	$\hat{\mu}(x) = 4407,39 - 37,33lon(x) + 23,23lat(x)$ $\hat{\sigma}(x) = -141,27 - 24,21lat(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3227,93
4	$\hat{\mu}(x) = 3832,23 - 33,68lon(x)$ $\hat{\sigma}(x) = 1603,087 - 13,724lon(x) + 4,378lat(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3228,52
5	$\hat{\mu}(x) = -113,56 - 22,85lat(x)$ $\hat{\sigma}(x) = 1603,25 - 14,03lon(x) - 0,49lat(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3228,27
6	$\hat{\mu}(x) = 3832,42 - 33,68lon(x)$ $\hat{\sigma}(x) = 1964,28 - 17,22lon(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3226,99
7	$\hat{\mu}(x) = 3832,42 - 33,68lon(x)$ $\hat{\sigma}(x) = -143,18 - 24,48lat(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3226,84
8	$\hat{\mu}(x) = -114,14 - 22,92lat(x)$ $\hat{\sigma}(x) = 1964,28 - 17,21lon(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3226,99
9	$\hat{\mu}(x) = -114,13 - 22,97lat(x)$ $\hat{\sigma}(x) = -143,21 - 24,49lat(x)$ $\hat{\xi}(x) = -0,234$	3226,64

Model *trend surface* terbaik adalah kombinasi model 9 dengan komponen spasial garis lintang (*latitude*). Estimasi parameter GEV spasial didapatkan dengan metode numerik BFGS Quasi-Newton dengan hasil seperti pada Tabel 4.6. **Tabel 4.6** Estimasi Parameter GEV Spasial Model *Brown-Resnick* dan *Smith* Pada Tujuh Lokasi



Lokasi	Brown-Resnick			Smith		
	$\hat{\mu}(x)$	$\hat{\sigma}(x)$	$\hat{\xi}(x)$	$\hat{\mu}(x)$	$\hat{\sigma}(x)$	$\hat{\xi}(x)$
Babat	49,169	30,952	-0,234	48.855	30.925	-0.185
Blawi	47,792	29,482	-0,234	47.481	29.456	-0.185
Karangbinangun	47,103	28,747	-0,234	46.793	28.722	-0.185
Kedungpring	51,237	33,156	-0,234	50.917	33.128	-0.185
Lamongan	49,399	31,197	-0,234	49.084	31.169	-0.185
Pangkatrejo	46,873	28,502	-0,234	46.564	28.476	-0.185
Sukodadi	48,940	30,707	-0,234	48.626	30.679	-0.185

Tabel 4.6 menunjukkan nilai estimasi parameter GEV spasial model 9 dimana parameter *shape* dibuat bernilai konstan untuk semua lokasi. Hal ini karena asumsi isotropik yang berarti bahwa curah hujan pada tiap lokasi adalah homogen tanpa memperhitungkan unsur lain, misalnya kecepatan angin atau ketinggian.

#### 4.2.4 Perhitungan *Return Level*

Perhitungan *return level* menggunakan rumus (2.32) dengan periode ulang (T) sebanyak lima tahun, yaitu tahun 2009-2012. Berikut ini perhitungan *return level* pada pos Babat untuk tahun 2009 dengan model *Brown-Resnick*.

$$z_p(s) = \hat{\mu}(s) - \frac{\hat{\sigma}(s)}{\hat{\xi}(s)} \left( 1 - \left[ -\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right) \right]^{-\hat{\xi}(s)} \right).$$

Diketahui  $T = 2 \text{ tahun} \times 4 \text{ blok periode} = 8$ , dan estimasi parameter *location*, *scale*, dan *shape* mengacu pada Tabel 4.6, sehingga:

$$\begin{aligned} z_p(\text{Babat}) &= 49,169 - \frac{30,952}{-0,234} \left( 1 - \left[ -\ln\left(1 - \frac{1}{8}\right) \right]^{0,2335626} \right) \\ &= 98,885 \approx 98,89 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan *return level* selebihnya disajikan pada Tabel 4.7.

**Tabel 4.7** *Return Level* Tujuh Pos Curah Hujan 2009-2012 Model *Brown-Resnick* dan *Smith*



Lokasi	<i>Brown-Resnick</i>				<i>Smith</i>			
	2009	2010	2011	2012	2009	2010	2011	2012
Babat	98,89	106,77	111,82	115,47	100,83	109,61	115,33	119,52
Blawi	95,15	102,66	107,47	110,94	96,99	105,35	110,79	114,79
Karangbinangun	93,28	100,60	105,29	108,68	95,07	103,22	108,53	112,42
Kedungpring	104,49	112,94	118,35	122,26	106,60	115,99	122,12	126,61
Lamongan	99,51	107,45	112,54	116,22	101,48	110,32	116,08	120,30
Pangkatrejo	92,65	99,91	104,56	107,92	94,43	102,51	107,78	111,63
Sukodadi	98,26	106,08	111,09	114,71	100,19	108,90	114,57	118,73

Tabel 4.7 menunjukkan *return level* melalui kedua model. Pada tahun 2012 diperkirakan curah hujan terbesar yang turun yaitu sebesar 122,26 yaitu pada pos Kedungpring dengan model *Brown-Resnick*. Sedangkan dugaan curah hujan terbesar tahun 2012 dengan model *Smith* adalah sebesar 126,61 di pos yang sama. Terlihat perbedaan nilai *return level* yang dihasilkan oleh model *Brown-Resnick* dan *Smith*, dimana model *Smith* memiliki nilai yang lebih besar. Untuk melihat seberapa baik model ini bekerja, dilakukan perbandingan *return level* dugaan dengan nilai aktual pada Tabel 4.8.

**Tabel 4.8** Nilai Aktual Curah Hujan Maksimum Tujuh Pos 2009-2012

Lokasi	<b>Curah Hujan Maksimum (mm/hari)</b>			
	2008-2009	2008-2010	2008-2011	2008-2012
Babat	115	115	115	115
Blawi	81	96	113	113
Karangbinangun	124	124	124	124
Kedungpring	134	134	134	134
Lamongan	83	83	92	92
Pangkatrejo	98	102	110	110
Sukodadi	71	87	87	100

Ukuran kebaikan model menggunakan kriteria RMSE (*Root Mean Square Error*), yaitu dengan mengukur simpangan atau selisih antara nilai aktual dengan dugaannya. Model yang baik ditunjukkan melalui nilai RMSE yang kecil. Nilai RMSE yang dihasilkan oleh model *Brown-Resnick* adalah sebesar 17,16, sedangkan RMSE model *Smith* 17,37. Karena itu dapat disimpulkan model

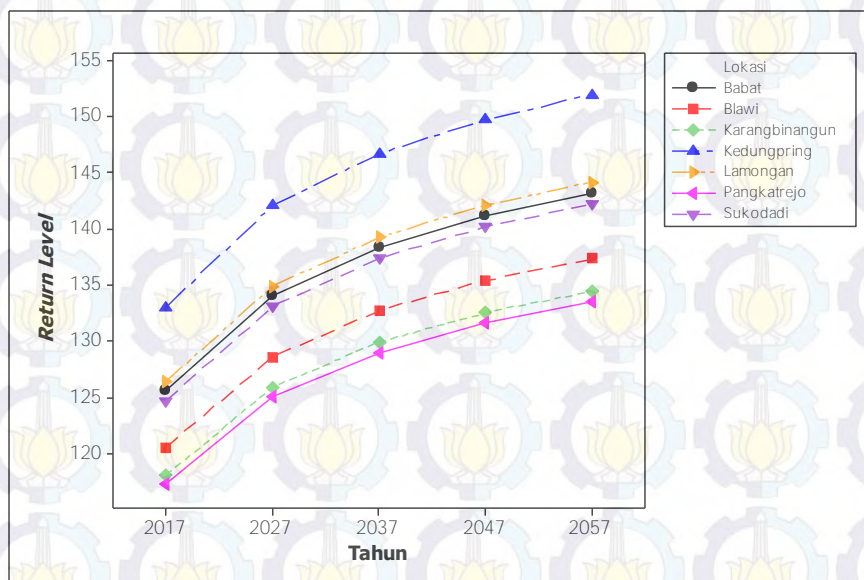


*Brown-Resnick* lebih akurat dalam menduga *return level* daripada model *Smith* pada kasus ini. Selanjutnya dilakukan estimasi *return level* untuk periode ulang 10 hingga 50 tahun (2017-2057) dengan model *Brown-Resnick* seperti pada Tabel 4.9:

**Tabel 4.9** *Return Level* Periode 50 Tahun ke Depan Tujuh Pos Curah Hujan  
Model *Brown-Resnick*

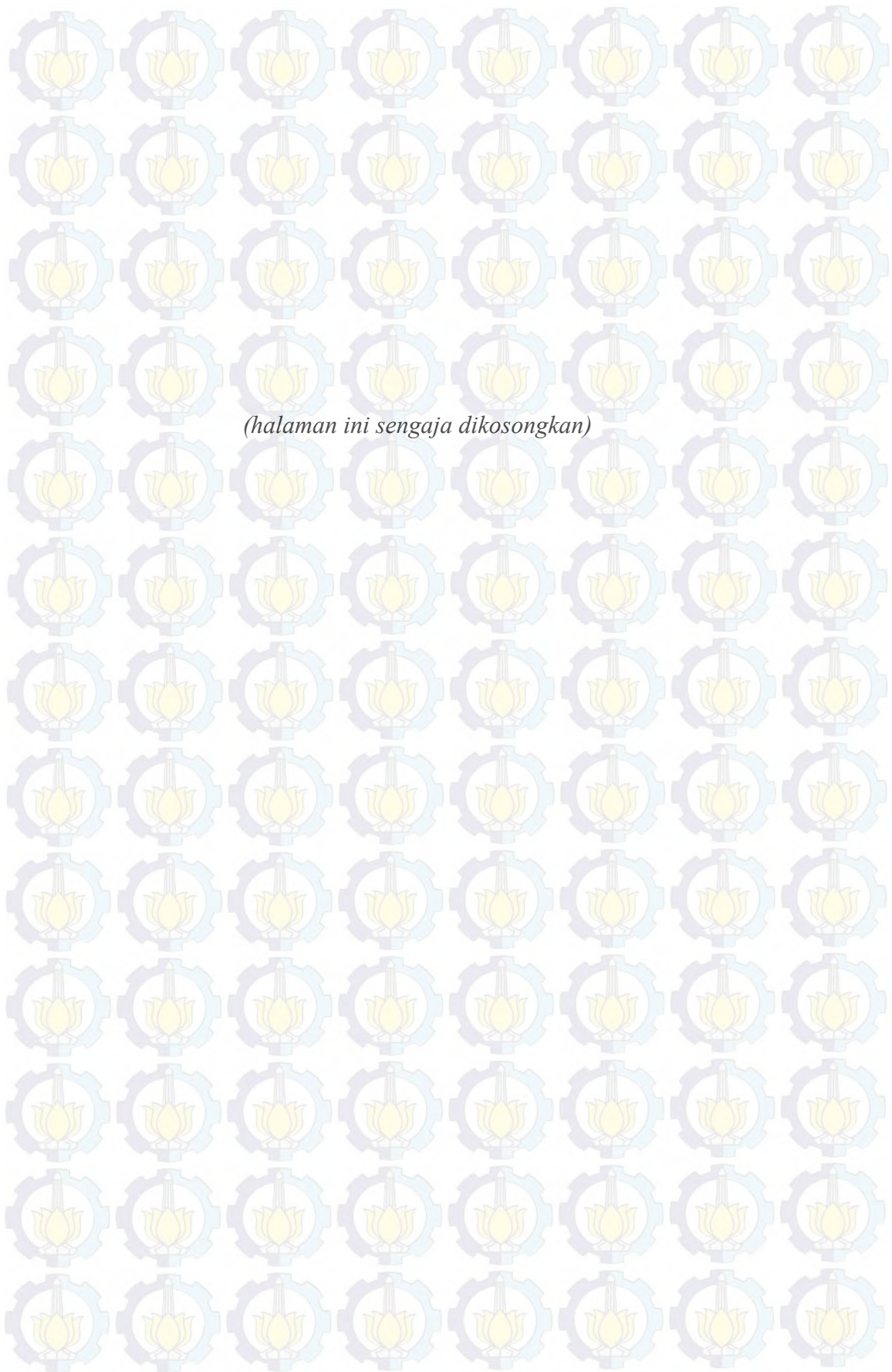
Lokasi	<i>Return Level</i> (mm/hari)				
	2017	2027	2037	2047	2057
Babat	125,54	134,00	138,33	141,16	143,22
Blawi	120,53	128,59	132,72	135,41	137,38
Karangbinangun	118,03	125,89	129,91	132,54	134,46
Kedungpring	133,04	142,11	146,75	149,78	151,99
Lamongan	126,37	134,90	139,27	142,12	144,20
Pangkatrejo	117,20	124,99	128,98	131,58	133,48
Sukodadi	124,70	133,10	137,39	140,20	142,25

Nilai *return level* di seluruh pos curah hujan mengalami peningkatan seperti disajikan pada Gambar 4.5. Nilai *return level* terbesar adalah pada pos Kedungpring.



**Gambar 4.5** *Return Level* Tujuh Pos Curah Hujan 2017-2057







## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, terdapat beberapa kesimpulan diantaranya :

1. Prosedur pemodelan MSP diawali dengan transformasi data ekstrem ke dalam distribusi Frechet untuk menghitung koefisien ekstremal dan estimasi parameter model dependensi spasial. Selanjutnya mendapatkan model *trend surface* terbaik untuk estimasi parameter GEV Spasial model *Brown Resnick* dan *Smith* dengan kriteria pemodelan terbaik melalui nilai TIC terkecil. Estimasi parameter melalui *Pairwise Likelihood* diawali dengan mencari fungsi distribusi peluang (PDF) bivariat model *Brown-Resnick*. PDF diperoleh dengan menurunkan fungsi densitas bivariat *Brown-Resnick*. Setelah itu PDF yang telah diperoleh disubstitusikan ke dalam fungsi *Pairwise Likelihood* dan menghasilkan persamaan yang tidak *closed form*. Kemudian digunakan metode numerik *Quasi-Newton* BFGS untuk menyelesaikan persamaan tersebut.
2. Estimasi parameter secara univariat menunjukkan bahwa data curah hujan ekstrem di Lamongan telah berdistribusi GEV dengan tipe distribusi Weibull. GEV spasial dengan model *Smith* dan *Brown-Resnick* menghasilkan nilai estimasi parameter yang hampir sama, dengan parameter *shape* bernilai negatif.
3. *Return level* atau curah hujan tertinggi diduga dengan periode ulang 2,3,4, dan 5 tahun (2009-2012). *Return level* diperoleh berdasarkan parameter *location*, *scale*, dan *shape* yang telah diestimasi pada masing-masing lokasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa curah hujan tertinggi terus meningkat dari tahun ke tahun. Berdasarkan kriteria RMSE, model *Brown-Resnick* lebih akurat daripada model *Smith* dalam menduga *return level*.



## 5.2 Saran

1. Terdapat model *Max Stable Processes* lain yang dapat dipergunakan sebagai perbandingan, misalnya model *Schlather* dan *Extremal-t*.
2. Untuk penelitian selanjutnya dapat digunakan lokasi dengan lingkup yang lebih luas, tidak hanya dalam satu zona sehingga pola spasial akan semakin terlihat.
3. Perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dimana dependensi temporal juga ikut diperhitungkan, menjadi *space-time max stable processes*. Perhitungan *return level* tidak hanya mengestimasi besar nilai ekstrem namun juga dapat memperkirakan waktu terjadinya.



**Lampiran 1 Data Curah Hujan Harian (mm) Kabupaten Lamongan Tahun 1981-2012**

**1. Pos Babat**

<b>Tahun</b>	<b>Bulan</b>	<b>Hari</b>	<b>Curah Hujan</b>
1981	1	1	4
1981	1	2	0
1981	1	3	84
1981	1	4	50
1981	1	5	0
1981	1	6	0
1981	1	7	16
1981	1	8	16
1981	1	9	0
1981	1	10	14
1981	1	11	0
1981	1	12	4
1981	1	13	0
1981	1	14	0
1981	1	15	27
1981	1	16	25
...	...	...	...
...	...	...	...
2012	12	16	0
2012	12	17	12
2012	12	18	0
2012	12	19	0
2012	12	20	8
2012	12	21	2
2012	12	22	3
2012	12	23	4
2012	12	24	8
2012	12	25	0
2012	12	26	0
2012	12	27	2
2012	12	28	3
2012	12	29	5
2012	12	30	10
2012	12	31	36



## 2. Pos Blawi

Tahun	Bulan	Hari	Curah Hujan
1981	1	1	13
1981	1	2	35
1981	1	3	35
1981	1	4	14
1981	1	5	4
1981	1	6	5
1981	1	7	0
1981	1	8	12
1981	1	9	0
1981	1	10	7
1981	1	11	0
1981	1	12	6
1981	1	13	0
1981	1	14	0
1981	1	15	0
1981	1	16	14
...	...	...	...
...	...	...	...
2012	12	16	0
2012	12	17	0
2012	12	18	2
2012	12	19	0
2012	12	20	0
2012	12	21	35
2012	12	22	16
2012	12	23	5
2012	12	24	0
2012	12	25	18
2012	12	26	9
2012	12	27	0
2012	12	28	8
2012	12	29	16
2012	12	30	26
2012	12	31	17



### 3. Pos Karangbinangun

Tahun	Bulan	Hari	Curah Hujan
1981	1	1	12
1981	1	2	20
1981	1	3	37
1981	1	4	26
1981	1	5	0
1981	1	6	0
1981	1	7	0
1981	1	8	38
1981	1	9	3
1981	1	10	12
1981	1	11	4
1981	1	12	4
1981	1	13	19
1981	1	14	3
1981	1	15	7
1981	1	16	0
...	...	...	...
...	...	...	...
2012	12	16	0
2012	12	17	3
2012	12	18	4
2012	12	19	1
2012	12	20	0
2012	12	21	35
2012	12	22	27
2012	12	23	0
2012	12	24	0
2012	12	25	30
2012	12	26	34
2012	12	27	0
2012	12	28	49
2012	12	29	58
2012	12	30	33
2012	12	31	27



#### 4. Pos Kedungpring

Tahun	Bulan	Hari	Curah Hujan
1981	1	1	5
1981	1	2	29
1981	1	3	41
1981	1	4	46
1981	1	5	0
1981	1	6	0
1981	1	7	19
1981	1	8	0
1981	1	9	0
1981	1	10	18
1981	1	11	5
1981	1	12	0
1981	1	13	2
1981	1	14	2
1981	1	15	8
1981	1	16	6
...	...	...	...
...	...	...	...
2012	12	16	13
2012	12	17	0
2012	12	18	2
2012	12	19	0
2012	12	20	0
2012	12	21	22
2012	12	22	2
2012	12	23	25
2012	12	24	0
2012	12	25	0
2012	12	26	10
2012	12	27	9
2012	12	28	2
2012	12	29	4
2012	12	30	22
2012	12	31	20



## 5. Pos Lamongan

Tahun	Bulan	Hari	Curah Hujan
1981	1	1	5
1981	1	2	0
1981	1	3	0
1981	1	4	0
1981	1	5	0
1981	1	6	4
1981	1	7	41
1981	1	8	0
1981	1	9	4
1981	1	10	0
1981	1	11	4
1981	1	12	8
1981	1	13	45
1981	1	14	9
1981	1	15	17
1981	1	16	0
...	...	...	...
...	...	...	...
2012	12	16	1
2012	12	17	1
2012	12	18	6
2012	12	19	12
2012	12	20	0
2012	12	21	18
2012	12	22	13
2012	12	23	11
2012	12	24	0
2012	12	25	0
2012	12	26	3
2012	12	27	2
2012	12	28	13
2012	12	29	25
2012	12	30	18
2012	12	31	13



## 6. Pos Pangkatrejo

Tahun	Bulan	Hari	Curah Hujan
1981	1	1	30
1981	1	2	21
1981	1	3	18
1981	1	4	98
1981	1	5	0
1981	1	6	0
1981	1	7	4
1981	1	8	15
1981	1	9	9
1981	1	10	18
1981	1	11	12
1981	1	12	14
1981	1	13	10
1981	1	14	0
1981	1	15	3
1981	1	16	5
...	...	...	...
...	...	...	...
2012	12	16	5
2012	12	17	0
2012	12	18	15
2012	12	19	0
2012	12	20	0
2012	12	21	15
2012	12	22	8
2012	12	23	0
2012	12	24	0
2012	12	25	0
2012	12	26	0
2012	12	27	0
2012	12	28	10
2012	12	29	14
2012	12	30	25
2012	12	31	6



## 7. Pos Sukodadi

Tahun	Bulan	Hari	Curah Hujan
1981	1	1	16
1981	1	2	20
1981	1	3	45
1981	1	4	33
1981	1	5	16
1981	1	6	4
1981	1	7	1
1981	1	8	10
1981	1	9	2
1981	1	10	7
1981	1	11	0
1981	1	12	6
1981	1	13	0
1981	1	14	0
1981	1	15	5
1981	1	16	9
...	...	...	...
...	...	...	...
2012	12	16	0
2012	12	17	0
2012	12	18	9
2012	12	19	2
2012	12	20	0
2012	12	21	7
2012	12	22	5
2012	12	23	0
2012	12	24	0
2012	12	25	0
2012	12	26	0
2012	12	27	5
2012	12	28	6
2012	12	29	3
2012	12	30	13
2012	12	31	20



**Lampiran 2** Data Curah Hujan Ekstrem (mm) Periode Tiga Bulan Kabupaten Lamongan Tahun 1981-2007

**1. Pos Babat**

Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan
1	96	37	106	73	64
2	90	38	98	74	50
3	72	39	59	75	67
4	125	40	119	76	82
5	14.62	41	89	77	119
6	7.45	42	0	78	60
7	17.21	43	58	79	54
8	72	44	118	80	46
9	120	45	105	81	76
10	35	46	31	82	68
11	110	47	115	83	73
12	115	48	72	84	66
13	105	49	84	85	39
14	115	50	13	86	0
15	89	51	39	87	17.21
16	136	52	65	88	102
17	107	53	56	89	57
18	105	54	0	90	5
19	66	55	105	91	74
20	69	56	102	92	87
21	69	57	76	93	64
22	36	58	110	94	105
23	73	59	67	95	33
24	132	60	62	96	50
25	35	61	42	97	75
26	9	62	37	98	37
27	47	63	105	99	62
28	107	64	62	100	75
29	89	65	34	101	89
30	105	66	26	102	5
31	90	67	58	103	46
32	134	68	111	104	88
33	109	69	136	105	97
34	105	70	45	106	28
35	101	71	90	107	29
36	157	72	65		



## 2. Pos Blawi

Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan
1	47	37	52	73	100
2	58	38	24	74	20
3	78	39	5	75	92
4	72	40	49	76	70
5	45	41	66	77	100
6	4	42	0	78	52
7	8	43	53	79	60
8	68	44	44	80	81
9	60	45	12.31	81	93
10	0	46	6.24	82	50
11	63	47	10.96	83	113
12	135	48	113	84	136
13	98	49	83	85	65
14	40	50	56	86	11
15	58	51	81	87	10.96
16	67	52	72	88	94
17	68	53	103	89	39
18	27	54	8	90	16
19	42	55	32	91	50
20	60	56	106	92	67
21	67	57	101	93	45
22	41	58	84	94	26
23	68	59	90	95	53
24	71	60	107	96	50
25	120	61	41	97	70
26	20	62	140	98	60
27	34	63	52	99	50
28	61	64	76	100	65
29	31	65	72	101	49
30	47	66	6.14	102	10
31	57	67	30	103	49
32	60	68	113	104	100
33	139	69	130	105	58
34	78	70	38	106	60
35	110	71	91	107	56
36	85	72	130		



### 3. Pos Karangbinangun

Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan
1	72	37	65	73	76
2	34	38	28	74	18
3	78	39	8	75	62
4	82	40	62	76	70
5	45	41	96	77	67
6	22	42	12	78	13
7	10	43	38	79	61
8	63	44	80	80	43
9	73	45	41	81	44
10	0	46	38	82	68
11	47	47	106	83	68
12	63	48	49	84	110
13	90	49	52	85	69
14	56	50	54	86	0
15	57	51	32	87	72
16	58	52	65	88	56
17	88	53	102	89	47
18	35	54	12	90	12
19	101	55	38	91	47
20	48	56	100	92	67
21	54	57	92	93	63
22	57	58	52	94	56
23	33	59	43	95	30
24	100	60	135	96	58
25	97	61	64	97	73
26	33	62	15	98	46
27	34	63	62	99	39
28	65	64	60	100	62
29	50	65	64	101	80
30	62	66	4	102	4
31	35	67	19	103	31
32	52	68	76	104	85
33	126	69	95	105	54
34	97	70	43	106	41
35	95	71	68	107	32
36	136	72	68		



#### 4. Pos Kedungpring

Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan
1	81	37	93	73	81
2	43	38	38	74	54
3	48	39	39	75	68
4	86	40	84	76	66
5	56	41	79	77	51
6	4	42	4	78	36
7	0	43	67	79	56
8	116	44	91	80	63
9	83	45	67	81	64
10	16	46	30	82	32
11	96	47	68	83	89
12	64	48	70	84	74
13	79	49	90	85	37
14	57	50	27	86	0
15	75	51	90	87	84
16	75	52	78	88	114
17	130	53	118	89	91
18	46	54	4	90	9
19	62	55	21	91	43
20	61	56	85	92	58
21	63	57	69	93	66
22	39	58	58	94	37
23	63	59	110	95	0
24	95	60	80	96	104
25	76	61	69	97	132
26	7	62	52	98	37
27	46	63	53	99	77
28	78	64	68	100	76
29	74	65	43	101	114
30	81	66	3	102	7
31	60	67	36	103	64
32	103	68	150	104	53
33	92	69	69	105	72
34	71	70	41	106	35
35	52	71	114	107	0
36	119	72	62		



## 5. Pos Lamongan

Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan
1	52	37	39	73	65
2	3	38	52	74	31
3	0	39	23	75	75
4	29	40	55	76	55
5	14.48	41	42	77	96
6	5.48	42	36	78	39
7	7.96	43	61	79	58
8	85	44	63	80	75
9	72	45	45	81	110
10	60	46	0	82	90
11	48	47	48	83	79
12	68	48	56	84	129
13	40	49	51	85	45
14	45	50	4	86	0
15	57	51	65	87	46
16	46	52	53	88	63
17	35	53	91	89	58
18	73	54	1	90	51
19	98	55	36	91	18
20	132	56	58	92	82
21	68	57	56	93	123
22	52	58	30	94	31
23	47	59	65	95	49
24	109	60	101	96	72
25	51	61	62	97	48
26	21	62	45	98	33
27	22	63	15	99	38
28	63	64	99	100	66
29	42	65	98	101	53
30	60	66	12	102	39
31	40	67	61	103	28
32	68	68	66	104	58
33	71	69	95	105	72
34	61	70	40	106	26
35	58	71	51	107	19
36	62	72	70		



## 6. Pos Pangkatrejo

Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan
1	45	37	65	73	70
2	38	38	50	74	26
3	47	39	12	75	35
4	70	40	65	76	80
5	85	41	65	77	95
6	35	42	5	78	40
7	30	43	75	79	48
8	58	44	80	80	102
9	45	45	65	81	48
10	20	46	21	82	40
11	75	47	58	83	43
12	83	48	81	84	95
13	45	49	60	85	136
14	49	50	15	86	0
15	58	51	69	87	83
16	62	52	65	88	71
17	47	53	44	89	52
18	33	54	0	90	4
19	65	55	27	91	92
20	88	56	80	92	41
21	62	57	56	93	73
22	75	58	100	94	90
23	62	59	63	95	38
24	75	60	76	96	78
25	69	61	62	97	44
26	40	62	105	98	27
27	75	63	80	99	60
28	62	64	82	100	70
29	34	65	39	101	63
30	85	66	10	102	4
31	52	67	0	103	80
32	64	68	95	104	64
33	86	69	60	105	93
34	59	70	40	106	62
35	80	71	50	107	37
36	75	72	42		



## 7. Pos Sukodadi

Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan	Obs	Curah Hujan
1	43	37	57	73	83
2	47	38	34	74	12
3	90	39	15	75	64
4	83	40	83	76	45
5	43	41	74	77	76
6	0	42	0	78	18
7	0	43	45	79	84
8	85	44	56	80	94
9	82	45	140	81	95
10	0	46	6	82	99
11	85	47	72	83	79
12	101	48	60	84	89
13	67	49	64	85	43
14	48	50	35	86	0
15	56	51	43	87	0
16	54	52	34	88	80
17	105	53	54	89	34
18	3	54	18	90	5
19	87	55	42	91	48
20	68	56	77	92	79
21	90	57	76	93	70
22	46	58	48	94	68
23	92	59	79	95	65
24	60	60	76	96	37
25	67	61	44	97	61
26	31	62	87	98	45
27	0	63	59	99	67
28	67	64	54	100	87
29	53	65	42	101	58
30	16	66	3	102	17
31	42	67	35	103	98
32	70	68	89	104	60
33	45	69	110	105	79
34	80	70	68	106	19
35	90	71	59	107	71
36	58	72	63		



### Lampiran 3 Estimasi Parameter GEV Univariat

#### 1. Pos Babat

```
Response variable: Babat
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept
Gumbel hypothesis.
likelihood ratio statistic is 17.69884 > 3.841459 1 df
chi-square critical value.
p-value for likelihood-ratio test is 2.587839e-05
Convergence successfull![1] "Convergence successfull!"
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
               MLE Stand. Err.
MU: (identity)  60.21349      3.83934
SIGMA: (identity) 36.52578      2.75312
Xi: (identity)  -0.33076      0.05353
```

#### 2. Pos Blawi

```
Response variable: Blawi
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept
Gumbel hypothesis.
likelihood ratio statistic is 6.213352 > 3.841459 1 df
chi-square critical value.
p-value for likelihood-ratio test is 0.01267903
Convergence successfull![1] "Convergence successfull!"
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
               MLE Stand. Err.
MU: (identity)  48.34328      3.50785
SIGMA: (identity) 32.22296      2.50098
Xi: (identity)  -0.20538      0.07309
```



### 3. Pos Karangbinangun

```
Response variable: Karangbinangun
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept
Gumbel hypothesis.
likelihood ratio statistic is 7.932242 > 3.841459 1 df
chi-square critical value.
p-value for likelihood-ratio test is 0.004856158
Convergence successfull! [1] "Convergence successfull!"
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
      MLE Stand. Err.
MU: (identity) 45.92460 2.90414
SIGMA: (identity) 27.27264 2.01357
Xi: (identity) -0.19671 0.05805
```

### 4. Pos Kedungpring

```
Response variable: Kedungpring
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept
Gumbel hypothesis.
likelihood ratio statistic is 15.81843 > 3.841459 1 df
chi-square critical value.
p-value for likelihood-ratio test is 6.972004e-05
Convergence successfull! [1] "Convergence successfull!"
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
      MLE Stand. Err.
MU: (identity) 51.69144 3.36246
SIGMA: (identity) 32.02444 2.31608
Xi: (identity) -0.26816 0.04915
```



## 5. Pos Lamongan

```
Response variable: Lamongan
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept
Gumbel hypothesis.
likelihood ratio statistic is 7.611882 > 3.841459 1 df
chi-square critical value.
p-value for likelihood-ratio test is 0.005798493
Convergence successfull![1] "Convergence successfull!"
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
               MLE Stand. Err.
MU: (identity) 42.58929      2.80217
SIGMA: (identity) 26.35758    1.92614
Xi: (identity) -0.18506      0.05667
```

## 6. Pos Pangkatrejo

```
Response variable: Pangkatrejo
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept
Gumbel hypothesis.
likelihood ratio statistic is 19.20926 > 3.841459 1 df
chi-square critical value.
p-value for likelihood-ratio test is 1.17144e-05
Convergence successfull![1] "Convergence successfull!"
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
               MLE Stand. Err.
MU: (identity) 48.22679      2.73451
SIGMA: (identity) 26.32852    1.84596
Xi: (identity) -0.25848      0.03777
```



## 7. Pos Sukodadi

Response variable: Sukodadi

Likelihood ratio test (5% level) for  $\xi=0$  does not accept Gumbel hypothesis.

likelihood ratio statistic is 19.43153 > 3.841459 1 df  
chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 1.042715e-05

Convergence successfull! [1] "Convergence successfull!"

[1] "Maximum Likelihood Estimates:"

	MLE	Stand. Err.
MU: (identity)	46.31913	3.13578
SIGMA: (identity)	30.17058	2.15006
Xi: (identity)	-0.28325	0.03950



#### Lampiran 4 *Syntax* Program R Estimasi Parameter GEV Spasial

```
#input data koordinat
```

```
x<-read.table("D:/punyaku/koordinat.txt",  
header=T)  
x<-as.matrix(x)  
loc=x  
colnames(loc)<-c("lat", "lon")
```

```
#input data block maxima periode tiga bulan
```

```
b1<-as.matrix(read.table("D:/punyaku/blok3/babat.txt",  
header=T))  
b2<-as.matrix(read.table("D:/punyaku/blok3/blawi.txt",  
header=T))  
b3<-  
as.matrix(read.table("D:/punyaku/blok3/karangbinangun.txt",  
header=T))  
b4<-as.matrix(read.table("D:/punyaku/blok3/kedungpring.txt",  
header=T))  
b5<-as.matrix(read.table("D:/punyaku/blok3/lamongan.txt",  
header=T))  
b6<-as.matrix(read.table("D:/punyaku/blok3/pangkatrejo.txt",  
header=T))  
b7<-as.matrix(read.table("D:/punyaku/blok3/sukodadi.txt",  
header=T))  
B=matrix(c(b1,b2,b3,b4,b5,b6,b7),ncol=7)  
colnames(B)=c("Babat", "Blawi", "Karangbinangun", "Kedungpring",  
"Lamongan", "Pangkatrejo", "Sukodadi")
```



#uji kesesuaian distribusi GEV

```
ks1 <- ks.test(b1,"pevd",60.21349,36.52578,-0.33076)
ks2 <- ks.test(b2,"pevd",48.34328,32.22296,-0.20538)
ks3 <- ks.test(b3,"pevd",45.92460,27.27264,-0.19671)
ks4 <- ks.test(b4,"pevd",51.69144,32.02444,-0.26816)
ks5 <- ks.test(b5,"pevd",42.58929,26.35758,-0.18506)
ks6 <- ks.test(b6,"pevd",48.22679,26.32852,-0.25848)
ks7 <- ks.test(b7,"pevd",46.31913,30.17058,-0.28325)
```

#Transformasi ke Frechet

```
z1 <- gev2frech(b1, 60.21349,36.52578,-0.33076 )
z2 <- gev2frech(b2, 48.34328,32.22296,-0.20538 )
z3 <- gev2frech(b3, 45.92460,27.27264,-0.19671 )
z4 <- gev2frech(b4, 51.69144,32.02444,-0.26816 )
z5 <- gev2frech(b5, 42.58929,26.35758,-0.18506 )
z6 <- gev2frech(b6, 48.22679,26.32852,-0.25848 )
z7 <- gev2frech(b7, 46.31913,30.17058,-0.28325 )
Z=matrix(c(z1,z2,z3,z4,z5,z6,z7),ncol=7)
colnames(Z)=c("Babat","Blawi","Karangbinangun","Kedungpri
ng","Lamongan","Pangkatrejo","Sukodadi")
```

#extremal coefficient

```
fitextcoeff(Z, loc, estim = "Smith")
#grafik extremal coefficient
win.graph()
fmadogram(Z,loc,which="ext",col="grey")
```



#seleksi model

```
loc.form<-z~lon+lat  
scale.form<-z~lon+lat  
shape.form<-z~1  
H1<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,  
shape.form)
```

```
loc.form<-z~lon  
scale.form<-z~lon+lat  
shape.form<-z~1  
H2<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,  
shape.form)
```

```
loc.form<-z~lon+lat  
scale.form<-z~lon  
shape.form<-z~1  
H3<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,  
shape.form)
```

```
loc.form<-z~lon  
scale.form<-z~lon  
shape.form<-z~1  
H4<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,  
shape.form)
```

```
loc.form<-z~lat  
scale.form<-z~lon+lat  
shape.form<-z~1  
H5<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,  
shape.form)
```



```

loc.form<-z~lon+lat
scale.form<-z~lat
shape.form<-z~1
H6<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,
shape.form)

```

```

loc.form<-z~lat
scale.form<-z~lat
shape.form<-z~1
H7<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,
shape.form)

```

```

loc.form<-z~lon
scale.form<-z~lat
shape.form<-z~1
H8<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,
shape.form)

```

```

loc.form<-z~lat
scale.form<-z~lon
shape.form<-z~1
H9<-fitspatgev(Z, scale(loc), loc.form, scale.form,
shape.form)
TIC(H1,H2,H3,H4,H5,H6,H7,H8,H9)

```

#estimasi parameter

```

#model Brown-Resnick
brown <- fitmaxstab(B, loc, "brown", loc.form,
scale.form,shape.form,iso=TRUE,method="BFGS")
#model Smith
smith<-fitmaxstab(B, loc, loc.form, scale.form,
shape.form,cov.mod="gauss",iso=TRUE,method="BFGS")

```



#return level untuk tahun 2009-2012

#model Brown-Resnick

br1=predict(brown, loc, ret.per=8)

br2=predict(brown, loc, ret.per=12)

br3=predict(brown, loc, ret.per=16)

br4=predict(brown, loc, ret.per=20)

#model Smith

s1=predict(smith, loc, ret.per=8)

s2=predict(smith, loc, ret.per=12)

s3=predict(smith, loc, ret.per=16)

s4=predict(smith, loc, ret.per=20)

#return level model Brown-Resnick untuk 50 tahun yang akan datang

r1=predict(brown, loc, ret.per=40)

r2=predict(brown, loc, ret.per=80)

r3=predict(brown, loc, ret.per=120)

r4=predict(brown, loc, ret.per=160)

r5=predict(brown, loc, ret.per=200)



# Lampiran 5 Jarak *Euclid* dan Koefisien Ekstremal

Lokasi	Jarak <i>Euclid</i>	<i>Extremal</i> coefficient
[1,2]	0,28635	1,50230
[1,3]	0,35171	1,43249
[1,4]	0,09849	1,35982
[1,5]	0,26019	1,54321
[1,6]	0,14866	1,44721
[1,7]	0,15033	1,44864
[2,3]	0,06708	1,34644
[2,4]	0,28302	1,44948
[2,5]	0,07280	1,53669
[2,6]	0,17464	1,47544
[2,7]	0,13928	1,34265
[3,4]	0,34986	1,35905
[3,5]	0,12806	1,50362
[3,6]	0,23022	1,43128
[3,7]	0,20616	1,4029
[4,5]	0,23409	1,46937
[4,6]	0,20249	1,41212
[4,7]	0,14866	1,44066
[5,6]	0,18601	1,53398
[5,7]	0,11180	1,52566
[6,7]	0,09849	1,49126



## DAFTAR PUSTAKA

Blanchet, J. & A.C. Davison. 2011. *Spatial modeling of extreme snow depth*. The Annals of Applied Statistics. 5(3):1699-1725.

BMKG. 2014. *Prakiraan Musim Hujan 2014/2015 di Indonesia*. Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika. Jakarta.

BMKG. *Tentang Meteorologi*. [http://www.meteojuanda.info/index.php?option=com\\_content&view=article&id=36&Itemid=34](http://www.meteojuanda.info/index.php?option=com_content&view=article&id=36&Itemid=34) (diakses pada tanggal 16 Februari 2015).

Brown, B.M., S.I. Resnick. 1977. *Extreme values of independent stochastic processes*. Journal of Applied Probability. 14(4):732-739.

Coles, S. 2001. *An Introduction to Statistical Modelling of Extreme Values*. Springer. London.

Cooley, D., Douglas N., & Philippe N. 2007. *Bayesian Spatial Modeling of Extreme Precipitation Return Levels*. Journal of the American Statistical Association. 102(479) : 824-840.

Davis, R.A., C. Kluppelberg, & C. Steinkohl. 2013. *Max-stable processes for modeling extremes observed in space and time*. Journal of the Korean Statistical Society. 42: 399-414.

Davis, R.A., C. Kluppelberg, & C. Steinkohl. 2013. *Statistical inference for max-stable processes in space and time*. Journal of the Royal Statistical Society B. 75(5):791-819.

Davison, A.C., A.S. Padoan, & M. Ribatet. 2012. *Statistical modeling of spatial extremes*. Statistical Science. 27(2):161-186.

Davison, A.C. & M.M. Gholamrezaee. 2011. *Geostatistics of extremes*. Proceedings of The Royal Society A. 468:581-608.

de Haan, L. 1984. *A spectral representation for max-stable processes*. The Annals of Probability. 12(4) : 1194-1204

Ferreira, A. & de Haan, L. 2015. *On the block maxima method in extreme value theory : PWM estimator*. The Annals of Statistics. 43(1):276-298

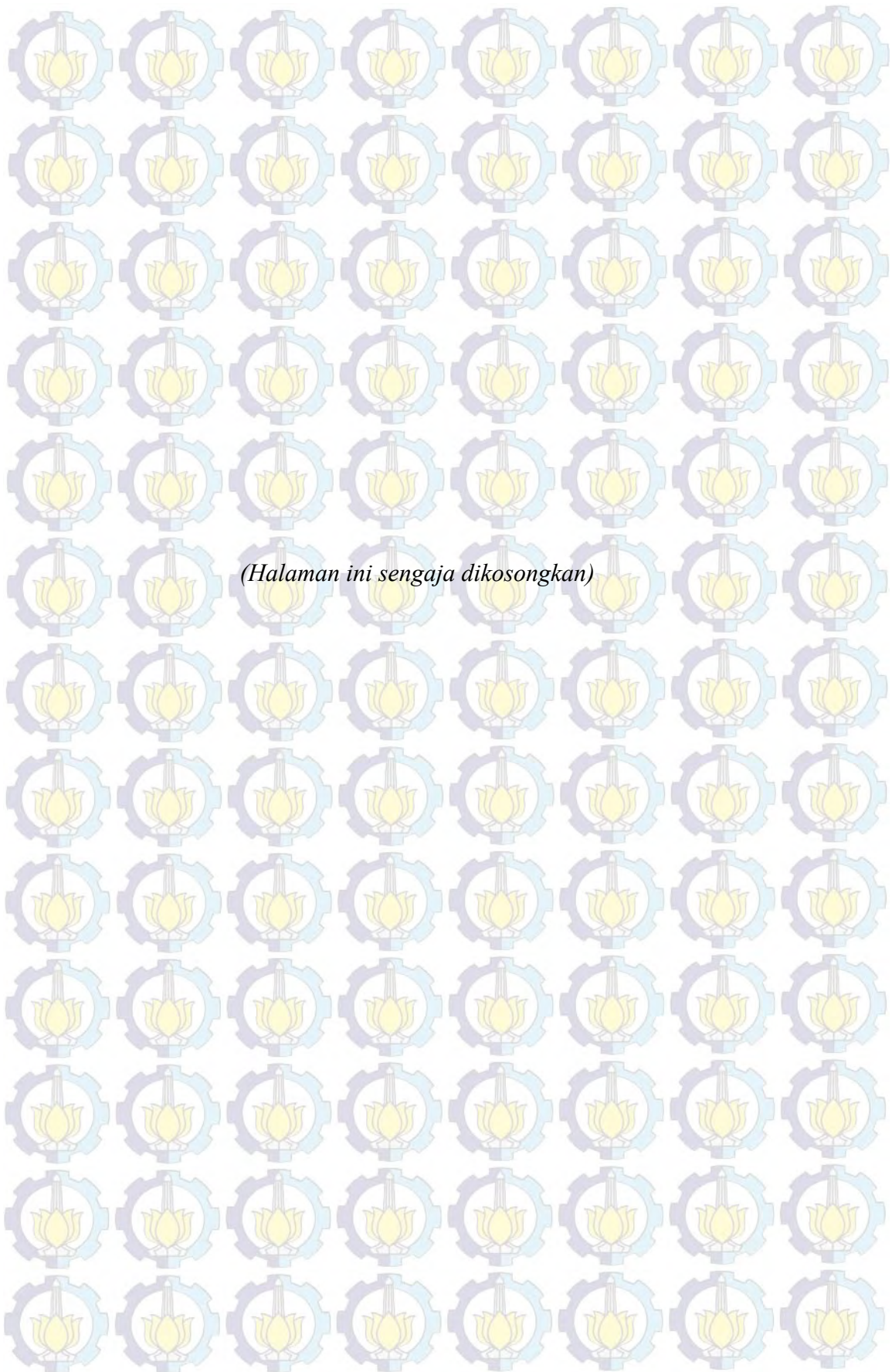


- Gilli, M. & E. Kellezi. 2006. *An application of extreme value theory for measuring risk*. Computational Economics. 27(2):2007-228.
- Hamada, J, M.D. Yamanaka, J. Matsumoto, S. Fukao, P.A. Winarso & T. Sribimawati. 2002. *Spatial and temporal variations of the rainy season over Indonesia and their link to ENSO*. Journal of the Meteorological Society of Japan. 80(2):285-310.
- Handayani, L. 2014. *Statistical Downscaling dengan Model Aditif Terampat untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim*. Sekolah Pascasarjana Institut Pertanian Bogor.
- Huser, R. & A.C. Davison. 2012. *Space-time modeling of extreme events*. arXiv:1201.3245v1
- Husler, J. & R.D. Reiss. 1989. *Maxima of normal random vectors : between independence and complete dependence*. Statistics and Probability Letters. 7(4):283-286.
- Irfan, M. 2011. *Sebaran Pareto Terampat untuk Menentukan Curah Hujan Ekstrim*. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan. Institut Pertanian Bogor.
- Kabluchko, Z. 2009. *Extremes of space-time Gaussian processes*. Stochastic Processes and Their Applications. 119:3962-3980.
- Kadarsah. 2007. *Tiga Pola Curah Hujan Indonesia*. <https://kadarsah.wordpress.com/2007/06/29/tiga-daerah-iklim-indonesia/#comment-2613> (diakses pada tanggal 16 Februari 2015).
- Kotz, S. & S. Nadarajah. 2000. *Extreme Value Distributions : Theory and Applications*. Imperial College Press. London.
- Koutsoyiannis, D. 2004. *Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall : II. Empirical investigation of long rainfall records*. Hydrological Sciences Journal. 49(4):591-610.
- Lynch, A., N. Nicholls, L. Alexander & D. Griggs. 2008. *Defining the impacts of climate change on extreme events*. Garnaut Climate Change Review. Monash University.
- Nadarajah, S. & D. Choi. 2007. *Maximum daily rainfall in South Korea*. Journal of Earth System Science. 116(4):311-320.



- Neves, M. & D.P. Gomes. 2011. *Geostatistics for spatial extremes. A case study of maximum annual rainfall in Portugal*. *Procedia Environmental Sciences*. 7:246-251.
- Padoan, S.A, M. Ribatet, S.A. Sisson. 2010. *Likelihood Based Inference for Max Stable Processes*. *Journal of the American Statistical Association*. 105(489) : 263-277.
- Prang, J.D. 2006. *Sebaran Nilai Ekstrim Terampat Dalam Fenomena Curah Hujan*. Sekolah Pascasarjana Institut Pertanian Bogor.
- Ribatet, M. 2011. *An Introduction to Max-Stable Processes*. Institut de Mathematiques et de Modelisation de Montpellier.
- Schlather, M. 2002. *Models for stationary max-stable random fields*. *Extremes*. 5(1) : 33-44.
- Schlather, M. & Tawn, J. 2003. *A dependence measure for multivariate and spatial extremes: Properties and inference*. *Biometrika*. 90(1):139–156.
- Smith, R.L. 1990. *Max-stable processes and spatial extremes*. University of North Carolina.
- Tukidi. 2010. *Karakter Curah Hujan di Indonesia*. *Jurnal Geografi*. 7(2): 136-145.
- Varin, C., N. Reid & D. Firth. 2011. *An overview of composite likelihood methods*. *Statistica Sinica*. 21:5-42.
- Wadsworth, J.L. & J.A. Tawn. 2012. *Dependence modelling for spatial extremes*. *Biometrika*. 99(2):253-272.
- Wahyudi. 2012. *Identifikasi Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Ngawi Menggunakan Generalized Extreme Value dan Generalized Pareto Distribution*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Wijaya, A. 2013. *BNPB: Bencana hidrometeorologi dominan di Indonesia*. <http://www.antaranews.com/berita/380760/bnpb-bencana-hidrometeorologi-dominan-di-indonesia> (diakses pada tanggal 13 Maret 2015)







## BIOGRAFI PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Ikha Rizky Ramadani, lahir di Kudus tanggal 3 April 1992, dan merupakan anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis menyelesaikan pendidikan formal yaitu di TK Kemala Bhayangkari 01 Kudus, SD Muhammadiyah 1 Kudus hingga lulus tahun 2003. Kemudian melanjutkan pendidikan ke SMPN 9 Semarang lulus tahun 2006, dan SMAN 2 Semarang lulus tahun 2009. Penulis meraih gelar Sarjana Sains dari Jurusan Statistika Universitas Diponegoro Semarang pada tahun 2013. Dan pada tahun 2014, Penulis melanjutkan pendidikan ke jenjang S2 di Jurusan Statistika ITS Surabaya. Saat ini penulis tinggal di Surabaya dan bekerja di kantor Perwakilan Badan Kependudukan dan Keluarga Berencana Nasional (BKKBN) Provinsi Jawa Timur. Penulis dapat dihubungi melalui [ikharizky@gmail.com](mailto:ikharizky@gmail.com).